N° d'ordre 451

Année 1971

THÈSE

présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

en vue de l'obtention

du Grade de Docteur ès-Sciences Physiques

par

Giulio MASSARANI

Généralisation de la loi de Darcy

Soutenue le 29 octobre 1971 devant la Commission d'Examen

MM. ESCANDE — Président

ARIBERT
COIMBRA
GARDY
MARLE
THIRRIOT
— Examinateurs

N° d'ordre

Année 1971

THÈSE

présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

en vue de l'obtention

du Grade de Docteur ès-Sciences Physiques

par

Giulio MASSARANI

Généralisation de la loi de Darcy

Soutenue le 29 octobre 1971 devant la Commission d'Examen

MM. ESCANDE — Président

ARIBERT
COIMBRA
GARDY
MARLE
THIRRIOT
— Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543906_0018

UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE

DIRECTION DE L'UNIVERSITE

M. LARENG	Président
M. MATHIS	Premier Vice-Président
M. MARTIN	Deuxième Vice-Président

HONORARIAT

M. BLAIZOT	Doyen honoraire
M. CAPDECOMME	Doyen honoraire, Recteur honoraire
M. DELTHEIL	Doyen honoraire, Recteur honoraire, Professeur honoraire
M. DUPOUY	Membre de l'Institut, Doyen honoraire, Directeur Général honoraire du C. N. R. S., Professeur honoraire
M. DURAND	Doyen honoraire
M. FOUCHE	Professeur honoraire
M. GAUSSENS	Professeur honoraire, Correspondant de l'Ins - titut
M. JACQUES	Professeur honoraire
M. MIGNONAC	Professeur honoraire
M. MORQUER	Professeur honoraire, Correspondant de l'Institut
M. SECONDAT	Professeur honoraire
M. TEISSIE-SOLIER	Professeur honoraire
M. VANDEL	Professeur honoraire, Membre de l'Institut

PROFESSEURS

M. ESCANDE	Mécanique des Fluides, Membre de l'Institut

M. CASTERAS	Géologie, Correspondant de l'Institut
M. BEDOS	Chimie
M. CAPDECOMME	Minéralogie
M. DUPIN	Radioélectricité
M. NOUVEL	Biologie Générale
M. GALLAIS	Chimie, Correspondant de l'Institut
M. DURAND	Physique
M. FERT	Physique
M. DIEHL	Agronomie
M. LESBRE	Chimie Organique
M. BRUNEL	Physiologie Végétale
M. HURON	Mathématiques Appliquées
M. MARGULIS	Pédologie
M. TRICHE	Chimie Analytique et Spectrographie
M. LEDOUX	Zoologie Appliquée
M. RIVALS	Agriculture
M. PERRIER	Physique
M. MATHIS	Chimie
M. ORLIAC	Géochimie et Minéralogie
M. LAFOURCADE	Physique
M. ANGELIER	Zoologie
Mlle DE FERRE	Botanique
M. FARRAN	Minéralogie et Géotechnique
M. LAUDET	Physique Théorique et Calcul Numérique
M. SERFATY	Biologie Animale
M. NOUGARO	Hydraulique Générale et Appliquée
M. LAGASSE	Electrotechnique
M. GARDY	Génie Chimique
M. BLANC	Physique Nucléaire
M. BIREBENT	Electronique Appliquée
M. VOIGT	Chimie Minérale
M. LEREDDE	Botanique
M. LELUBRE	Géologie
M. TROCHAIN	Botanique

M. MASDUPUY	Chimie
M. LALAGUE	Mathématiques Générales
M. DESSENS	Physique du Globe, Correspondant de l'Institut
M. BOUIGUE	Astronomie
M. COUCHET	Physique
M. LEJEUNE	Chimie
M. LASCOMBES	Botanique
M. ASSELINEAU	Chimie Biologique
M. MAURET	Chimie Systématique
M. AGID	Physiologie
M. MONTANT	Cryptogamie
M. GAUTIER	Physique
M. CRUMEYROLLE	Mathématiques
M. GOURINARD	Géologie
M. PULOU	Minéralogie
M. CAMBOU	Physique Spatiale
M. MIQUEL	Chimie
M. LACOSTE	Electrotechnique
M. THIBAULT	Mécanique Rationelle et Appliquée
M. MONTEL	Chimie Physique et Electrochimie
M. MASCART	Mathématiques
M. MEDIONI	Psychophysiologie
M. THIRRIOT	Hydrodynamique E.N.S.E.E.I.H.T.
M. BRENON	Géologie
M. LAFON	Calcul Différentiel et Intégral
M. RAYNAUD	Physiologie Animale
M. ZALTA	Chimie Biologique
M. Sevely	Electrotechnique
M. POMMIEZ	Mathématiques
M. REY	Biologie Végétale
M. COULOMB	Physique
M. TRINQUIER	Physique
M. MARONI	Chimie

M. BEETSCHEN	Biologie Générale
M. GRUAT	Mécanique des Fluides (Hydraulique)
M. DERACHE	Physiologie Animale

PROFESSEURS ASSOCIES

M. MANSOUR
M. SAKUMA

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. HAMANT	Botanique
Mme BRUNEL	Physiologie Végétale
Mlle BERDUCOU	Physiologie Végétale
M. PICCA	Physique
M. MERIC	Mathématiques Appliquées
Mme LECAL	Zoologie
M. BUGAREL	Génie Chimique
M. MIROUSE	Géologie
M. PILOD	Physique
M. LARROQUE	Physique
M. BARRANS	Chimie
Mme LAFON	Mathématiques
Mlle LAPEYRE	Mathématiques (Informatique)
M. DAT	Mécanique des Fluides
M. JEANNIN	Chimie Minérale
M. BERTRAND	Chimie
M. SATGE	Chimie Organique
M. DESQ	Mathématiques
M. MAHENC	Chimie
M. LATTES	Chimie
M. ROCARD	Electronique
M. DEGEILH	Physique
M. FALLOT	Biologie Végétale (Viticulture et Arboriculture)

M. POILBLANC	Chimie
M. TOUZE	Physiologie Végétale
M. FRASNAY	Mathématiques
M. CASSAGNAU	Zoologie
M. GUERIN	Mathématiques

MAITRES DE CONFERENCES

M. BLANCHARD	Mathématiques
M. HOFFMANN	Electronique
M. BITSCH	Zoologie
M. FONTAN	Physique Nucléaire
M. PESCIA	Physique
M. SICARD	Biologie Génétique
M. CAUSSINUS	Mathématiques Appliquées
M. DE LOTH	Chimie Physique
M. MARTY	Physique Industrielle
M. BAUDRAS	Chimie Biologique
M. DURAND Ph.	Physique
M. LEFEUVRE	Electronique E.N.S.E.E.I.H.T.
M. SOUQUET	Géologie
M. SAPORTE	Physique
M. ATTEIA	Mathématiques
M. ENJALBERT	Chimie
M. IMBERT	Psychophysiologie
M. SCHNEIDER	Biologie Cellulaire
M. ANGELINO	Génie Chimique
M. DABOSI	E.N.S.C.
M. ETTINGER	Mathématiques
M. CALVET	Mécanique des Fluides E.N.S.E.E.I.H.T.
M. PAGANI	Physique
M. CUPPENS	Mathématiques
M. MATHIEU	Chimie Analytique
M. TRANNOY	Physique E.N.S.E.E.I.H.T.

M. CASTAGNETTO	Mathématiques E.N.S.E.E.I.H.T.
M. GILOT	Génie Chimique (Institut du Génie Chimique)
M. LANTELME	Chimie Industrielle
M. CALMON	Techniques Agricoles
M. TRUCHASSON	Mécanique
M. VERDIER	Physique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

M. PUN
M. PARKS

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M. BEAUFILS	Informatique
M. DARROZES	Mécanique
Mlle BARBANCE	Mathématiques
M. PRADINES	Mathématiques

Personnel de l'Université Paul Sabatier affecté à l'Institut National des Sciences Appliquees de Toulouse

PROFESSEURS

M. ROQUES	Chimie Industrielle
M. GRATELOUP	Génie Electrique
M. MASO	Génie Civil

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. CASSIGNOL	Génie Electrique
M. COLLETTE	Physique

MAITRES DE CONFERENCES

M. FAGET	Physique
M. SCHUTTLER	Physique
M. MIRA	Génie Electrique
M. LETURCQ	Génie Electrique
M. SIRIEYS	Génie Civil
M. DURAND G.	Chimie
M. CARRARA	Physique

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M. VERDIER	Chimie
M. BROUSSEAU	Physique

Personnel affecté à l'Institut Universitaire de Technologie de Toulouse

MAITRES DE CONFERENCES

M. MARTIN	Génie Electrique
M. PERENNOU	Informatique
M. THENOZ	Minéralogie

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M. REY	Génie Electrique

ADMINISTRATION

M. PRINEAU	Secrétaire Général de l'Université

Ce travail a été rendu possible grâce à l'aide financière du "Conselho Nacional de Pesquisas do Brasil", auquel nous adressons nos plus vifs remerciements.

A tous les miens,

en témoignage d'affection

AVANT-PROPOS

Il nous est tout particulièrement agréable de témoigner notre reconnaissance à Monsieur le Professeur THIRRIOT pour les conseils éclairés qu'il a bien voulu nous prodiguer, et pour le dévouement avec lequel il a dirigé les travaux.

Nous adressons aussi notre sincère reconnaissance à Monsieur le Professeur COIMBRA, Directeur de la COPPE-UFRJ, qui nous a incité à réaliser cette thèse et nous a permis de travailler dans les meilleures conditions.

Nous exprimons notre gratitude à Messieurs les Professeurs qui ont bien voulu faire l'honneur de composer le Jury.

Nous remercions tout le personnel du Laboratoire d'Hydraulique (Rio de Janeiro et Toulouse) ainsi que de l'Atelier de Mécanique, principalement Monsieur FILADELFIO, les frères OSORIO et Monsieur GELI qui ont contribué à la mise au point des installations.

Je tiens aussi à remercier Monsieur le Professeur SILVA TELLES avec lequel nous avons approfondi la loi de Darcy.

Nous voulons dire notre reconnaissance à EDNA pour avoir aussi suivi notre travail avec patience, effectuant parfois une besogne difficile et ingrate.

Nous nous en voudrions d'oublier Mlle ALMEIDA pour le soin qu'elle a apporté dans la préparation matérielle de cette thèse.

NOTATION

Dans le texte les grandeurs vectorielles sont symbolisées par une lettre minuscule soulignée et les grandeurs tensorielles par une lettre majuscule soulignée.

Le module d'un vecteur est représenté par le vecteur entre deux doubles barres. Par exemple, $||\underline{q}||$ symbolise le module du vecteur vitesse de filtration $\underline{q}$. On fait exception pour le module du vecteur accélération de la pesanteur, qui est symbolisé simplement par g.

INTRODUCTION

L'écoulement d'un fluide associé avec le transfert de masse et de chaleur, à travers un milieu poreux, se rencontre dans des domaines aussi nombreux que variés de la science et de la technique. L'importance de chacun de ces transferts: de masse, de chaleur ou de quantité de mouvement, ainsi que le mécanisme de ces transferts, varient selon le phénomène considéré, et lui impriment des caractéristiques propres.

C'est peut-être, dans le domaine de la technologie d'exploration du pétrole que l'on trouve le tableau le plus complet de phénomènes de transfert en milieux poreux: l'écoulement polyphasique dans un milieu naturel, et dans les techniques de récupération secondaire l'écoulement d'un fluide non-newtonien et le transfert de chaleur associé à la combustion "in situ".

Dans les procedés de séchage de l'industrie chimique,se rencontrent deux phénomènes fondamentaux: le transfert de chaleur avec évaporation d'une partie du liquide qui imbibe le milieu poreux, et le transfert de masse, soit sous forme liquide, par capillarité, soit sous forme de vapeur. Ces mêmes phénomènes se retrouvent dans le sol sous l'action d'un champ de température.

De plus, dans l'industrie chimique, la filtration utilisée pour la séparation des solides d'une suspension, se réalise avec la formation d'un milieu poreux qui se développe et change de proprieté en cours de processus. En synthèse, il s'agit de l'écoulement d'un fluide à travers un milieu hétérogène, de contour variable, dont les caractéristiques varient avec "histoire" de la compression. Il en est de même du phénomène de colmatage qui est lié

à celui de la filtration.

En métallurgie, les haut-fourneaux fonctionnent avec des débits élevés de gaz qui percolent à travers un lit constitué de minerai de fer, de réducteur et de calcaire. Les réactions chimiques y sont fortement exothermiques et s'accompagnent d'une réduction des dimensions des particules constituant le lit. On obtient ainsi, sous l'influence d'un champ de température et de concentration, un écoulement de fluide à travers un lit poreux à géometrie variable. Des conditions semblables se retrouvent dans les réacteurs chimiques à catalyseurs, et dans les colonnes de rectification et adsorption à garnissage.

L'hydraulique souterraine étudie la percolation extrêmement lente de l'eau à travers les sols, généralement hétérogènes et anisotropes.

L'énorme importance technologique des phénomènes de transfert de quantité de mouvement, de masse et de chaleur en milieu poreux, ainsi que leur grande complexité, est à l'origine d'une littérature extrêmement étendue sur ce sujet. Pourtant, de nombreux aspects fondamentaux n'ont pas encore été éclairés, et quelques procédés, comme la filtration chimique, sont pratiquement restés à l'état d'art.

Dans ce contexte vaste et complexe, notre travail se limitera à l'étude de quelques aspects fondamentaux de l'écoulement monophasique d'un fluide à travers un milieu poreux rigide.

Dans la première partie de la thèse nous avons cherché à établir, à partir des équations fondamentales de la mécanique des fluides, les équations de continuité et de mouvement pour des milieux poreux. Ces dernières s'expriment au moyen de gran-

deurs "macrospiques locales" mesurables expérimentalement.

A partir de l'équation de mouvement nous avons cherché à établir la forme généralisée de la loi de Darcy, dont le terme "résistif" est étudié à la lumière des analogies entre l'écoulement en milieux poreux et les écoulements en tube rectiligne (analogie capillaire) et au voisinage d'un corps immergé, pour les situations suivantes:

a) Ecoulement à travers un milieu hétérogène;
b) Ecoulement non isotherme;
c) Ecoulement d'un fluide "simple" de Noll;
d) Ecoulement à hauts débits.

A cause de la complexité géométrique des milieux poreux, les analogies ne conduisent qu'à des résultats essentiellement qualitatifs, nécessitant le recours à l'expérimentation pour arriver à des résultats finaux.

Dans une seconde partie, nous développons une technique pour la préparation des milieux poreux artificiellement consolidés qui seront utilisés dans la partie expérimentale de notre travail. Grâce à cette technique nous avons pu obtenir des milieux poreux non seulement homogènes,mais aussi stratifiés, hétérogènes et anisotropes.

Le milieu artificiellement consolidé, en plus de l'avantage de simuler un milieu naturel d'une certaine complexité, permet des mesures précises, puisque sont éliminées dans les conditions de l'écoulement, les possibilités de formation des canaux ou les effets de compactage et de fluidisation.

La vérification des théories développées, est faite à

l'aide d'un ensemble d'expériences décrites et analysées dans la troisième partie de notre mémoire.

Enfin, nous exposons les conclusions auxquelles nous avons abouti, ainsi que les suggestions que nous pouvons déjà tirer pour les développements futurs sur ce sujet.

PREMIERE PARTIE

ETUDE THEORIQUE

CHAPITRE I

Equations fondamentales de l'écoulement d'un fluide monophasique à travers un milieu poreux

1.1 Equations fondamentales: échelle microscopique

L'étude de l'écoulement monophasique et isotherme d'un fluide visqueux à travers un milieu poreux rigide, faite du point de vue de la mécanique des fluides, montre que le phénomème est régi par le système d'équations qui sont (BIRD et coll. - 1960, p.71)

a) L'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} = - (\underline{\nabla}.\rho^*\underline{v}) \qquad (1.1)$$

où t répresente la variable temps, ρ^* la densité du fluide et $\underline{v}$ le vecteur vitesse du fluide.

b) L'équation du mouvement

$$\rho^* \frac{D\underline{v}}{Dt} = - \underline{\nabla}\, p^* - \left[\underline{\nabla}.\underline{\tau}^*\right] + \rho^* \underline{f} \qquad (1.2)$$

où p^* est la pression, $\underline{\tau}^*$ est le tenseur des contraintes de viscosité, $\underline{f}$ les forces extérieures par unité de masse du fluide, considérées uniformes.

c) La relation fonctionnelle entre le tenseur de con-

trainte de viscosité, et la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse (fluide de stokes)

$$\underline{\tau}^* = \underline{\tau}^*(\underline{D}) \qquad (1.3)$$

d) L'équation d'état du fluide où T* est la température du fluide

$$\phi(\rho^*, p^*, T^*) = 0 \qquad (1.4)$$

Si le fluide n'avait pas été isotherme, il aurait suffi d'adjoindre l'équation thermodynamique d'évolution donnant une relation supplémentaire.

e) Les conditions de contour du domaine d'écoulement qui seront ici relatives aux parois du milieu poreux, et les conditions initiales de l'écoulement.

Les tentatives pour tirer de ce système d'équations, des informations macroscopiques d'interêt pratique, se heurtent à la difficulté de résoudre l'équation de mouvement et celle de continuité avec les conditions aux limites correspondantes. La considération des conditions aux limites, en effet, pose le problème extrêmement complexe de la description mathématique du contour solide du milieu poreux.

En face de ces difficultés apparemment insurmontables, on a cherché à établir les équations de continuité et de mouvement pour un fluide en tenant compte, dans leur expression, de la présence de la phase solide: les équations sont écrites en termes de grandeurs macroscopiques locales et les conditions aux limites

sont données sur la périphérie du milieu poreux. Ce procedé a l'avantage d'avoir recours à une mathématique relativement simple , et de conduire à des grandeurs qu'on peut mesurer expérimentalement. En contrepartie, toutes informations sur l'écoulement à l'échelle de la grandeur du pore, sont perdues, ce qui ne constitue pas une restriction à proprement parler lorsqu'il s'agit de problèmes technologiques.

C'est dans ce sens, que WHITAKER (1966) a établi l'équation de continuité et l'équation de mouvement. A partir d'un volume fini de milieu poreux, il est arrivé à des équations qui s'expriment en fonction des valeurs moyennes volumétriques et superficielles des diverses variables de l'écoulement. HUBERT (1956), SLATTERY (1967, 1969) et FOSTER et coll. (1967), travaillant dans le même sens sont arrivés à des équations differentielles en considérant les valeurs moyennes volumétriques. La résolution du problème, donnée par MARLE (1967), ne diffère pas fondamentalement de celles déjà citées: elle conduit à des équations faisant intervenir des grandeurs macroscopiques locales obtenues par convolution à l'aide de fonction de pondération des grandeurs microscopiques prises dans le sens de distributions.

1.2 Equations de continuité et de mouvement exprimées à partir des grandeurs macroscopiques locales

Le développement qui suit reprend dans son fondement, celui des auteurs cités plus haut.

Associons à un point P du milieu poreux un volume V limité par la surface fermée S. Vf est le volume de fluide inclu dans V, limité par la surface Sf. Nous écrirons:

$$Sf = Ssf + Sp$$

où

Ssf est l'interface solide-fluide

et

Sp est l'intersection de Sf avec S.

Soit α la fonction qui caractérise la geométrie du milieu poreux rigide:

$$\alpha(\underline{x}) = \begin{cases} 1, \text{ si } \underline{x} \text{ est dans le fluide} \\ 0, \text{ si } \underline{x} \text{ est dans le solide} \end{cases}$$

Appliquons ces idées à la pondération des équations (1.1) et (1.2)

Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{Vf} \rho^* dV + \int_{sf} \rho^* \underline{v}.\underline{n}\, dS = 0$$

En décomposant la deuxième intégrale, on aura

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vf} \rho^* dV + \int_{Ssf} \rho^* \underline{v}.\underline{n}\, dS + \int_{Sp} \rho^* \underline{v}.\underline{n}\, dS = 0$$

Le flux de masse à travers le squelette solide du milieu poreux étant nul il résulte que:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{vf} \rho^* dV + \int_{Sp} \rho^* \underline{v}.\underline{n}\ dS = 0$$

et donc:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{v} \alpha\ \rho^* dV + \int_{s} \rho^* \alpha \underline{v}.\underline{n}\ dS = 0 \qquad (1.5)$$

Equation du mouvement

$$\int_{vf} \rho^* \frac{D\underline{v}}{Dt}\, dV = -\int_{sf} p^* \underline{n} ds - \int_{sf} \underline{\tau}^* \underline{n} dS + \int_{vf} \rho^* \underline{f} dV =$$

$$= -\int_{sp} p^* \underline{n} dS - \int_{sp} \underline{\tau}^* \underline{n} ds - \int_{ssf} (\underline{\tau}^* + p^* \underline{I}) \underline{n} dS + \int_{vf} \rho^* \underline{f} dV$$

ou:

$$\int_{v} \alpha\ \rho^* \frac{D\underline{v}}{Dt}\, dV = -\int_{s} \alpha\ p^* \underline{n} dS - \int_{s} \alpha\ \underline{\tau}^* \underline{n}\ ds -$$

$$-\int_{Ssf} (\underline{\tau}^* + p^* \underline{I}) \underline{n} dS + \int_{v} \alpha\ \rho^* \underline{f} dV \qquad (1.6)$$

Les termes du deuxième membre, répresentent, par rapport au fluide contenu en V, respectivement, les forces de pression, les forces visqueuses dans le fluide, les forces exercées

par le solide et les forces extérieures.

Soit V un volume suffisamment grand par rapport aux dimensions des pores et suffisamment petit par rapport aux dimensions du milieu poreux, de façon que les grandeurs que nous définirons ensuite aient un caractère de moyennes locales et puissent être mesurées expérimentalement. V étant arbitraire, les définitions conduisent, en realité, à des classes de fonction.

Nous définirons les moyennes locales suivantes:

(a) Porosité volumétrique $\varepsilon = \varepsilon(\underline{x})$

$$\varepsilon = \frac{1}{V}\int_V \alpha dV \tag{1.7}$$

La porosité volumétrique exprime le quotient du volume du fluide par la somme des volumes du solide et du fluide.

(b) Densité moyenne du fluide $\rho = \rho(\underline{x})$

$$\rho\varepsilon = \frac{1}{V}\int_V \alpha\rho^* dV \tag{1.8}$$

(c) Vitesse de filtration $\underline{q} = \underline{q}(\underline{x})$ telle que

$$\underline{\nabla}.(\rho\underline{q}) = \frac{1}{V}\int_S \rho^*\alpha\underline{v}.\underline{n}dS = \frac{1}{V}\int_V \underline{\nabla}.(\rho^*\alpha\underline{v})dV \tag{1.9}$$

Essayons de donner une interprétation du vecteur $\underline{q}$. Soit un système de coordonnées cartésiennes et soit $p \equiv (x_1, x_2, x_3)$ le point auquel on associe le volume V du milieu poreux, limité par les surfaces

$$X_i^{\pm} = x_i \pm \frac{\Delta x_i}{2} \quad , \quad i = 1, 2, 3 \quad ,$$

comme montré sur la figure (1.1)

Soient $\bar{v}_i$ les vitesses moyennes superficielles ou flux spécifique s ou par unité de surface par rapport aux surfaces du parallélépipède représenté sur la figure (1.1). Il s'agit donc d'une vitesse fictive qu'on désignera désormais sous le nom de vitesse de filtration. On en déduit l'équation

$$\int_S \rho^* \alpha \underline{v} . \underline{n} dS = V \sum_{i=1}^{3} \frac{\rho \bar{v}_i \Big|_{x_i + \frac{\Delta x_i}{2}} - \rho \bar{v}_i \Big|_{x_i - \frac{\Delta x_i}{2}}}{\Delta x_i}$$

En appliquant le théorème de Taylor, on obtient:

$$\int_S \rho^* \alpha \underline{v} . \underline{n} dS = V \left[\frac{\partial(\rho \bar{v}_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_3)}{\partial x_3} \right] +$$

$$+ \frac{V}{24} \sum_{i=1}^{3} (\Delta x_i)^2 \left\{ \frac{\partial^3(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_i^3} \Big|_{\xi_{ai}} + \frac{\partial^3(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_i^3} \Big|_{\xi_{bi}} \right\}$$

où

$$\xi_{ai} \in (x_i, x_i + \Delta x_i) \quad \text{et} \quad \xi_{bi} \in (x_i - \Delta x_i, x_i)$$

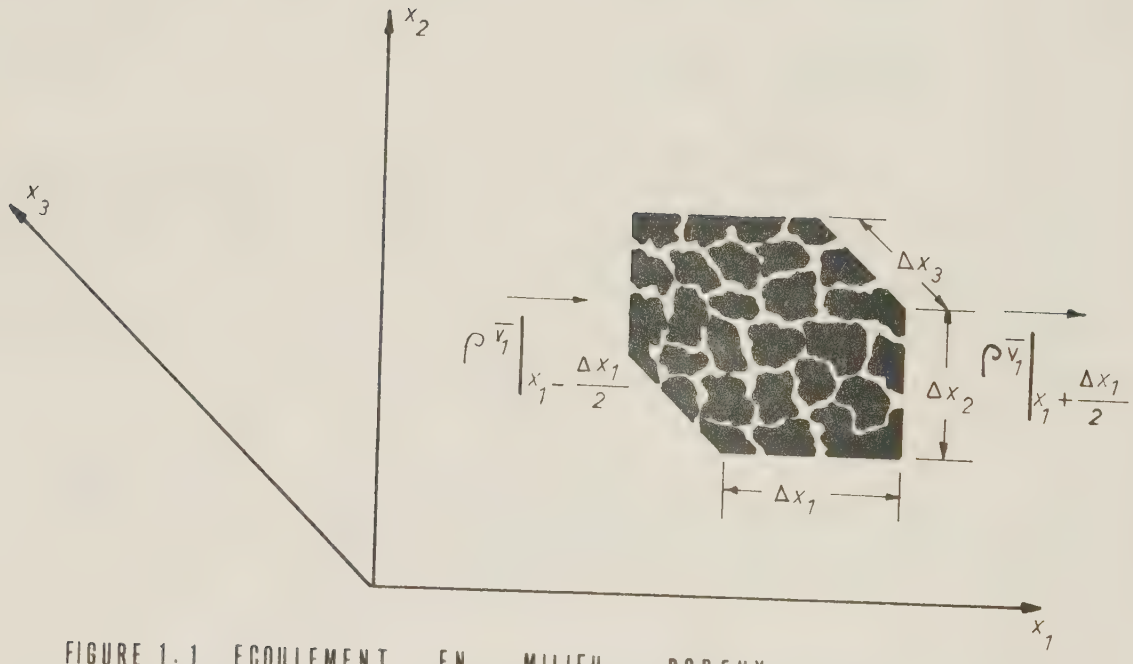


FIGURE 1.1 ECOULEMENT EN MILIEU POREUX

Pour V suffisamment petit et/ou pour un écoulement avec une variation faible du terme $\rho\bar{v}_i$ par rapport à la position, il vient

$$\int_S \rho^* \alpha \underline{v}.\underline{n} ds = V \left[\frac{\partial(\rho\bar{v}_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_3)}{\partial x_3} \right] \quad (1.10)$$

De la simple comparaison des équations (1.9) et (1.10) on en déduit la signification de $\underline{q}$.

(d) Pression moyenne du fluide $p = p(\underline{x})$ telle que:

$$\underline{\nabla}(\varepsilon p) = \frac{1}{V} \int_S \alpha p^* \underline{n} \, dS \quad (1.11)$$

De la même façon que dans le cas du vecteur $\underline{q}$, il est facile de démontrer "l'équivalence" entre p et la pression moyenne du fluide en S.

(e) Tenseur de contrainte de viscosité moyen $\underline{\tau} = \underline{\tau}(\underline{x})$

tel que

$$\underline{\nabla}.(\varepsilon \underline{\tau}) = \frac{1}{V} \int_S \alpha \underline{\tau}^* \underline{n} dS \quad (1.12)$$

A partir de ces définitions les équations de continuité et mouvement prennent la forme:

équation de continuité:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \underline{\nabla}.(\rho\underline{q}) = 0 \qquad (1.13)$$

équation du mouvement:

$$\frac{1}{V}\int_V \alpha\rho^* \frac{D\underline{v}}{Dt}\, dV = -\underline{\nabla}(\varepsilon p) - \underline{\nabla}.(\varepsilon\underline{\tau}) -$$

$$-\frac{1}{V}\int_{Ssf} (\underline{\tau}^* + p^*\underline{I})\underline{n}\, dS + \varepsilon\rho\underline{f} \qquad (1.14)$$

Le terme de la force d'inertie de l'équation du mouvement peut être exprimé en fonction de la vitesse superficielle $\underline{q}$. En admettant que la porosité de surface soit la même que la porosité de volume, il vient de la définition de $\underline{q}$, de la balance des quantités de mouvement (BIRD et coll. - 1960, p.78) et de l'équation de continuité:

$$\frac{1}{V}\int_V \alpha\rho^* \frac{D\underline{v}}{Dt}\, dV = \rho\left[\frac{\partial\underline{q}}{\partial t} + \underline{q}.\,\underline{\nabla}\left(\frac{\underline{q}}{\varepsilon}\right)\right] \qquad (1.15)$$

dans laquelle les accroissements finis d'ordre supérieur ont été négligés.

Par analogie à l'équation constitutive de $\underline{\tau}^*$, nous ferons l'hypothèse que pour un fluide de Stokes le tenseur de contrainte de viscosité moyen $\underline{\tau}$ est fonction de la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse de filtration.

Soit l'écoulement "uniforme",c'est-à-dire,celui dans lequel le champ de vitesse de filtration $\underline{q}$ est uniforme. Il en résulte pour un milieu de porosité constante:

$$\int_V \alpha\rho^* \frac{D\underline{v}}{Dt}\, dV = 0 \qquad \text{et} \qquad \underline{\nabla}.(\varepsilon\underline{\tau}) = 0 \quad (1)$$

et l'équation du mouvement s'écrit

$$-\left[\underline{\nabla}\, p - \rho\underline{f}\right] = \underline{m} \tag{1.16}$$

où

$$\underline{m} = \frac{1}{\varepsilon V}\int_{Ssf}(\underline{\tau}^* + p^*\underline{I})\underline{n}\, dS$$

exprime la force que le solide exerce sur le fluide, par unité de volume du fluide.

---

(1) En réalité, suivant l'esprit de l'hypothèse formulée pour $\underline{\tau}$, le résultat $\underline{\nabla}.(\varepsilon\underline{\tau})=0$ se vérifie également pour une classe plus étendue de fluides, les fluides simples de Noll, c'est-à-dire, les fluides pour lesquels le tenseur tension est déterminé par l'histoire du gradient de déformation relative (COLEMAN et coll. - 1966, p.17).

L'écoulement "uniforme" se trouve dans les écoulements en régime permanent, incompressibles, macroscopiquement unidimensionnel, comme par exemple, le cas d'un écoulement en milieu contenu dans un cylindre ou entre deux plaques parallèles. Nous dénommerons l'équation (1.16): Equation Généralisée de Darcy.

Dans le cas de l'écoulement permanent, suffisamment lent et avec un certain degré d'uniformité, à travers un milieu de porosité constante, le terme d'inertie et le terme des forces visqueuses dans le fluide sont négligeables par rapport aux autres termes. On obtient ainsi l'équation du mouvement exprimée par l'équation (1.16).

1.3 Equation généralisée de Darcy

Nous avons vu, dans le paragraphe précédent, dans quelles conditions l'équation du mouvement se réduit à l'équation généralisée de Darcy.

$$-\left[\underline{\nabla} p - \rho \underline{f}\right] = \underline{m} \qquad (1.16)$$

Ces conditions se vérifient dans la majorité des cas étudiés sous l'aspect technologique, ce qui donne une grande importance à l'équation généralisée de Darcy dans l'étude de l'écoulement de fluides en milieux poreux.

Considérons un fluide qui s'écoule à travers un milieu poreux avec une vitesse de filtration $\underline{q}$, repérée dans un système

fixe lié aux particules du milieu. Nous ferons les trois hypothèses suivantes au sujet de la force $\underline{m}$:

Hypothèse 1. Pour un système milieu poreux–fluide, la force $\underline{m}$ est fonction de la vitesse de filtration,

$$\underline{m}\ (\underline{x}) = \underline{s}\ \left[\underline{q}\ (\underline{x})\right]$$

Hypothèse 2.

$$\underline{s}\ (\underline{0}) = \underline{0}$$

Hypothèse 3. $\underline{s}$ est dérivable à l'origine, par conséquent, nous aurons:

$$\underline{s}\ (\underline{q}) = \underline{R^*q} + \underline{r}(\underline{q})||\underline{q}||, \quad \text{où}$$

$$\lim_{||\underline{q}||\to 0} \underline{r}(\underline{q}) = \underline{0} \qquad (1.17)$$

R^* est une transformation linéaire que nous appelons tenseur de résistivité. L'inverse de ce tenseur est le tenseur de perméabilité. Dans le cas particulier d'un milieu isotrope, c'est–à–dire d'un milieu dont les propriétés géométriques ne sont pas fonction de la direction, le tenseur de résistivité se réduit à

$$\underline{R^*} = R^*\underline{I}$$

où R^* est indépendant de $\underline{q}$ et $\underline{I}$ est le tenseur unitaire. Dans ce cas, la vérification, en utilisant le théorème de Noll, du principe de l'invariance lors de changements de coordonnées conduit à (Noll - 1967):

$$\underline{m} = R^* \psi(||\underline{q}||)\underline{q} \ , \qquad \psi(0) = 1 \tag{1.18}$$

L'équation (1.18) nousindique la forme du vecteur $\underline{m}$ et montre que pour les milieux isotropes $\underline{m}$ et $\underline{q}$ ont la même direction.

Pour des milieux anisotropes l'équation sera bien plus complexe que l'équation (1.18). Toutefois, en nous limitant aux écoulements suffisamment lents, l'équation (1.17) s'écrit:

$$\underline{m} = \underline{R}^* \, \underline{q} \tag{1.19}$$

L'étude théorique de $\underline{m}$ est faite classiquement selon trois méthodes fondamentales:

(a) On établit une analogie entre les écoulements à travers le milieu poreux et celui à travers d'autres configurations plus simples, comme par exemple, l'écoulement dans un tube capillaire, entre deux plaques parallèles ou au voisinage des corps immergés. Puis, on extrapole les résultats relativement simples dans ces configurations, au cas des milieux poreux (SCHEIDEGGER - 1960,p.114).

(b) On fait des hypothèses basées sur des considérations d'ordre mécanique (HUBBERT - 1956; WHITAKER - 1966; MARLE - 1967; FOSTER et coll. - 1967).

(c) L'étude est faite à l'aide des théories statistiques (SCHEIDEGGER - 1960, p. 141; LEW et FUNG - 1970).

Devant la complexité géométrique inhérente au milieu

poreux, ces procedés conduisent à des résultats essentiellement qualitatifs et il est nécessaire de recourir à l'expérience pour la description complète de $\underline{m}$.

Le premier procédé, par sa simplicité, constitue la base du développement théorique présenté aux chapitres II et III de notre thèse.

Nous développerons dans ce qui suit les connaissances actuelles sur la force $\underline{m}$. La presque totalité des expériences connues ont été faites dans l'écoulement d'un fluide en régime permanent à travers un milieu poreux contenu dans un tube cylindrique de section circulaire. Dans ces conditions, l'équation du mouvement est l'équation généralisée de Darcy.

1.3.1-L'équation classique de Darcy

Un grand nombre d'expériences ont été réalisées depuis que Darcy a effectué son étude sur les fontaines de Dijon au dernier siècle (SCHEIDEGGER - 1960, p.68; HUBBERT - 1956). Ces expériences ont été effectuées dans les conditions suivantes:

a) Ecoulement visqueux d'un fluide homogène newtonien;
b) Milieu poreux isotrope et homogène, c'est-à-dire tel que ses propriétés géometriques sont "macroscopiquement" constantes;
c) Ecoulement isotherme;
d) Ecoulement en champ gravitationnel sans intéraction physique ou chimique entre fluide et solide;
e) Ecoulement lent et permanent.

Les expériences, schématisées dans la figure (1.2) conduisent au résultat suivant:

$$\frac{Q}{A} = - \frac{k}{\mu} \left[\frac{dp}{dz} - \rho g_z \right] = - \frac{k}{\mu} \left(\frac{p_\ell - p_o}{\ell} - \rho g \cos \theta \right)$$

où Q est le débit du fluide, A l'aire de la section transversale du milieu poreux, p la pression du fluide mesurée aux manomètres, p_o et p_ℓ les pressions aux extrémités du milieu poreux de longueur ℓ, μ la viscosité du fluide, g_z la composante de l'accélération de la pesanteur suivant la direction z, k un facteur de proportionalité qui dépend seulement de la géométrie du milieu poreux. Nous appelerons k: perméabilité géométrique. La définition de perméabilité géométrique se trouve dans l'équation présentée et sa dimension est L^2.

En système MKSA l'unité est donc le m^2. Comme cette unité est bien trop grande on utilise un sous multiple le micron carré ($\mu^2 = 10^{-12}\ m^2$), qui est sensiblement égal au darcy (d), unité introduite par les Nord Americains.

En admettant que $\frac{Q}{A}$ soit égal à la composante q_z du vecteur vitesse de filtration $\underline{q}$, et que la pression p soit la pression macroscopique locale définie à travers l'équation (1.9) il résulte:

$$q_z = - \frac{k}{\mu} \left[\frac{dp}{dz} - \rho g_z \right] \qquad (1.20)$$

Dans le cas où le fluide est un gaz, c.c.d. de faible densité, le terme de l'accélération de la pesanteur devient négligeable par rapport aux autres termes, et l'équation (1.20)

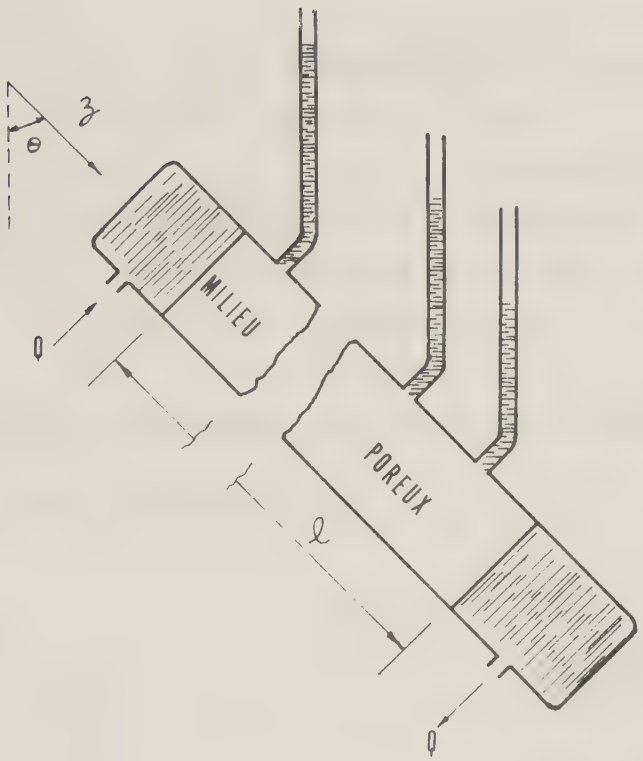


FIGURE 1.2 EXPERIENCE DE DARCY : ECOULEMENT LENT D'UN FLUIDE NEWTONIEN A TRAVERS UN MILIEU POREUX HOMOGENE

s'écrit, pour un gaz parfait,

$$W = \rho g_z = \frac{k}{\mu} \frac{M\bar{p}}{RT} \frac{p_o - p_\ell}{\ell} \qquad (1.21)$$

W est le débit massique par unité de section normale à la direction moyenne de l'écoulement, $\bar{p}$ est la pression moyenne arithmétique entre p_o et p_ℓ, M le poids moléculaire du fluide, R la constante des gaz et T la température absolue.

La comparaison entre les équations (1.20) et (1.16) conduit à

$$m_z = \frac{\mu q_z}{k}$$

on arrive donc à l'équation

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \underline{q} \qquad (1.22)$$

L'équation du mouvement prend la forme

$$\underline{q} = - \frac{k}{\mu} \left[\underline{\nabla} p - \rho \underline{g} \right] \qquad (1.23)$$

constituant l'équation classique de Darcy

Pour les fluides incompressibles on utilise fréquemment, en mécanique des fluides, la fonction scalaire $\mathbb{P}$ et le gradient hydraulique $\underline{i}$, définis ainsi

$$\mathbb{P} = p + \rho g h$$

et

$$\underline{i} = \frac{1}{\rho g} \underline{\nabla} \mathbb{P}$$

où h est la distance mesurée verticalement suivant la direction opposée à la gravité, à partir d'un plan de référence. En conséquence, l'équation de Darcy s'écrit:

$$\underline{q} = - \frac{k}{\mu} \underline{\nabla} \mathbb{P} \qquad (1.24.1)$$

et

$$\underline{q} = - \frac{k}{\mu} \rho g \underline{i} \qquad (1.24.2)$$

1.3.2- Effets moléculaires

L'équation de Darcy, équation (1.23), s'applique bien à condition que le parcours libre moyen des molécules du fluide λ soit beaucoup plus petit que les dimensions des pores. Les collisions entre les molécules du fluide prédominent alors sur les collisions avec les parois des pores. L'écoulement est essentiellement visqueux. Ceci est vérifié dans l'écoulement des liquides, en général, et dans l'écoulement des gaz à des pressions élevées.

Quand le parcours libre moyen des molécules du gaz sont de l'ordre de grandeur de la dimension des pores, les collisions entre les molécules et les parois des pores deviennent importantes et des effets moléculaires se font sentir: l'équation de Darcy conduit à des vitesses de percolation plus petites que celles vérifiées expérimentalement.

Ces effets moléculaires se font déjà sentir aux écoulements à pression atmosphérique des gaz à travers des milieux

poreux de perméabilité de l'ordre de 100md (MUSCAT - 1949, p.138)

Pour l'écoulement des gaz dans des tubes capillaires (PRESENT - 1958, p.61), on additionne classiquement à l'équation de l'écoulement visqueux un terme qui tient compte du glissement du fluide sur les parois. Par analogie on procède de même pour l'écoulement en milieu poreux. Une des équations ainsi obtenue est l'équation de Klinkenberg (SCHEIDEGGER - 1960, p.183) d'un emploi généralisé dans la détermination des proprietés physiques des milieux naturels (MUSCAT - 1949, p.138; ARONOFSKY et coll. - 1948). L'équation de Klinkenberg est l'équation de Darcy dans laquelle la perméabilité du gaz k_g s'écrit

$$k_g = k \left(1 + \frac{b}{p_m} \right) .$$

k est mesuré avec des liquides ou des gaz à des pression élevées; c'est une constante qui ne dépend que de la géométrie du milieu; b est une fonction du fluide et de la géométrie du milieu, sa détermination est faite expérimentalement. Une estimation de la valeur de b peut être obtenue au moyen de correlations présentées dans les travaux de KATZ (1963, p.46); p_m est la pression moyenne de l'écoulement.

Donc

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k \left(1 + \frac{b}{p_m} \right)} \, \underline{q} \qquad (1.25)$$

A mesure que la pression du fluide diminue, les effets moléculaires deviennent de plus en plus importants et l'équation de Klinkenberg n'est plus vérifiée. Ceci arrive pour des pressions de l'ordre de grandeur de 600 Pascal (HIRSCH - 1961)

1.3.3 - Ecoulement non-newtonien

Apparemment, la première étude sur l'écoulement de fluide non-newtonien à travers un milieu poreux est developpée dans le livre de BIRD et ses collaborateurs (1960, p.206). Elle consiste à l'application du modèle capillaire à des fluides qui suivent le modèle d'Ostwald-de Waele.

La validité du modèle capillaire associé à un modèle rhéologique a été vérifiée expérimentalement par plusieurs chercheurs (SADOWSKI - 1963; CHRISTOPHER et MIDDLEMAN - 1965; GREGORY - 1966; McKINLEY et coll. - 1966; DAUBEN et MENZIE - 1967; GAITONDE et MIDDLEMAN - 1967; GREGORY et GRISKEY - 1967; MARSHALL et METZNER - 1967; SISKOVIC et coll. - 1969), dans des conditions d'écoulement lent avec des résultats rainonnables. Les résultats qui conduisent aux meilleures approximations de l'écoulement sont dûs à CHRISTOPHER et MIDDLEMAN (1965) qui attribuent au fluide de Stokes le modèle d'Ostwald-de Waele, c'est à dire, (VAN WAZER et al. - 1963, p.29)

$$\underline{\tau}^* = - \left[M \left| \sqrt{\frac{1}{2} (\underline{D}:\underline{D})} \right|^{n-1} \right] \underline{D} \qquad (1.26)$$

où M et n sont des constants pour chaque fluide et D est la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse:

$$q_z^n = - \frac{k}{\psi} \left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z \right) \qquad (1.27)$$

où

$$\psi = \frac{M}{12} \left[3 \left(\frac{3n + 1}{n} \right) \right]^n (150 k\varepsilon)^{\frac{1-n}{2}}$$

A partir des équations (1.18) et (1.27) on obtient le résultat suivant:

$$\underline{m} = \frac{M}{12}\left[3\left(\frac{3n+1}{n}\right)\right]^n (150k\varepsilon)^{\frac{1-n}{2}} \frac{||\underline{q}||^{n-1}}{k}\,\underline{q} \qquad (1.28)$$

Il est bien connu que les modèles rhéologiques associés aux fluides de Stokes, tels que les modèles d'Ostwald-de Waele, Ellis, Sisko, Powell-Eyring, Reiner-Philippoff, représentent le fluide seulement dans des domaines restreints de tension de cisaillement. Ceci nous a amené à établir une théorie plus large pour l'écoulement de fluides non newtoniens à travers des milieux poreux applicable à un grand nombre de fluides; les fluides "simples" de Noll (COLEMAN et coll.,1966, p.17).

Le développement de cette théorie est donné au chapitre II.

1.3.4- Ecoulement non isotherme dans un milieu poreux

Soit un écoulement lent, incompressible d'un fluide newtonien à travers un milieu poreux isotrope et homogène, sujet à un champ de températures. Dans ces conditions la viscosité du fluide est fonction de la position,

$$\mu = \mu(\underline{x})$$

L'écoulement non isotherme à travers le milieu poreux n'a pas encore été abordé d'une façon satisfaisante du point de vue fondamental de la généralisation de l'équation de Darcy (BLAND-1954; SCHEIDEGGER-1960, p.74). SZEKELY et CARR (1968) on verifié expéri-

mentalement, avec de bons résultats, une extension de l'équation d' ERGUN pour l'écoulement non isotherme de gaz. Par rapport à l'écoulement non isotherme, nous montrerons plus loin que le modèle capillaire nous conduit à l'équation

$$\underline{m} = \frac{\mu(\underline{x})}{k}\,\underline{q} \qquad (1.29)$$

qui est vérifiée expérimentalement.

L'équation généralisée de Darcy prend donc la forme

$$-(\underline{\nabla}p - \rho\underline{g}) = \frac{\mu(\underline{x})}{k}\,\underline{q} \qquad (1.30)$$

1.3.5- Ecoulement à travers un milieu anisotrope

Soit le cas de l'écoulement lent d'un fluide newtonien à travers un milieu anisotrope homogène, c'est-à-dire, um milieu dans lequel les proprietés géométriques varient suivant la direction mais restent constantes dans ces directions.

C'est un cas fréquemment rencontré dans les sols.

Les équations (1.19) et (1.23) suggèrent pour ce type d'écoulement l'expression suivante pour $\underline{m}$:

$$\underline{m} = \mu\underline{R}\underline{q} \qquad (1.31)$$

où $\underline{R}$ est le tenseur resistivité géométrique.

L'emploi du tenseur perméabilité géométrique $\underline{K}$ à la pla-

ce du tenseur de résistivité géométrique $\underline{R}$, où $\underline{K} = \underline{R}^{-1}$, est très frequemment utilisé.

Par des considérations géométriques on montre que la porosité volumétrique est une constante pour des milieux aniso - tropes et homogènes donc

$$\mu \underline{R}\, \underline{q} = - \left[\underline{\nabla} p - \rho \underline{g} \right] \qquad (1.32)$$

Voyons de quel façon il est possible de vérifier expérimentalement la nature tensorielle de la resistivité géométrique.

Le traitement qui suit est analogue à celui présenté par SCHEIDEGGER (1960, p.76). Il diffère de ce dernier par le fait que $\underline{R}$ n'est plus considerē comme symétrique.

Soit $\underline{n}$ la direction de la vitesse superficielle $\underline{q}$. Il résulte de l'équation (1.32)

$$- \phi_n = \mu \, \underline{n} . \underline{R}\, \underline{n}\, q_n \qquad (1.33)$$

où $\phi_n = \underline{n} . \left[\underline{\nabla} p - \rho \underline{g} \right]$ est la composante du vecteur $\left[\underline{\nabla} p - \rho \underline{g} \right]$ suivant la direction de l'écoulement.

Un tenseur peut être décomposé en une somme de deux tenseurs, l'un symétrique, l'autre anti-symétrique:

$$\underline{A} = \underline{A}_S + \underline{A}_A$$

avec

$$\underline{A}_S = \frac{1}{2}\left[\underline{A} + \underline{A}^T\right] \quad \text{et} \quad \underline{A}_A = \frac{1}{2}\left[\underline{A} - \underline{A}^T\right]$$

En appliquant la décomposition de $\underline{R}$, on obtient à partir de l'équation (1.33)

$$-\phi_n = \mu\, \underline{n}.\, \underline{R}_S \underline{n}\, q_n + \mu\, \underline{n}.\underline{R}_A \underline{n}\, q_n$$

On démontre facilement que $\underline{n}.\underline{R}_A\underline{n} = 0$

Donc

$$-\phi_n = \mu\, \underline{n}.\underline{R}_S\underline{n}\, q_n \qquad (1.34)$$

En définissant la résistivité géométrique directionelle r_n par

$$-\phi_n = \mu\, r_n\, q_n \qquad (1.35)$$

il résulte

$$r_n = \underline{n}.\underline{R}_S\underline{n} \qquad (1.36)$$

En prenant les directions principales du tenseur symétrique $\underline{R}_S$ comme axes de coordonnées orthogonales, et appelant α, β et γ les angles faits par $\underline{n}$ avec les axes de coordonnés on obtient à partir de l'équation (1.36)

$$r_n = \lambda_1 \cos^2\alpha + \lambda_2 \cos^2\beta + \lambda_3 \cos^2\gamma \qquad (1.37)$$

où λ_1, λ_2 et λ_3 sont les valeurs propres de $\underline{R}_s$.

L'équation (1.37) montre que lorsque $r = \frac{1}{\sqrt{r_n}}$

est tracée selon les directions $\underline{n}$ correspondents, nous obtenons un ellipsoïde.

Les valeurs de r_n peuvent être obtenues au moyen de l'équation (1.35) par des expériences sur des échantillons cylindriques retirés du milieu anisotrope dans les directions $\underline{n}$.

Des données expérimentales (SCHEIDEGGER 1960,p.73) permettent de vérifier l'ellipsoïde ce qui prouve la nature tensorielle de $\underline{R}$.

Au moyen des valeurs de r_n on obtient les directions principales et les valeurs propres de $\underline{R}_s$. Par rapport à la base constituée par les directions principales de $\underline{R}_s$, on a la représentation matricielle suivante pour $\underline{R}_s$:

$$\left(R_{s_{ij}}\right) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \qquad (1.38)$$

L'analyse qui s'impose, est celle de la nature du tenseur $\underline{R}$. Généralement, en hydraulique souterraine, ce tenseur est considéré symétrique (ARAVIN et NUMEROV 1965,p.42) ce qui signifie que $\underline{R} = \underline{R}_s$.

Du point de vue théorique le sujet est abordé par plusieurs auteurs, comme SCHEIDEGGER (1960, p.76) et MARLE (1967) qui ont conclu à la symétrique du tenseur. Mais une analyse théorique de ce genre est extrêmement délicate. Des problèmes analogues, comme l'étude de la symétrie du tenseur conductivité thermique n' ont pas été résolus non plus d'une façon satisfaisante. (DAY et GURTIN, 1969).

Nous avons donc cherché à établir la nature du tenseur $\underline{R}$ par l'expérience:

Soit $\underline{n}$ la direction du vecteur vitesse de filtration et soit $\underline{n}^*$ une autre direction. Il résulte de l'équation (1.32)

$$- \phi_{n^*} = \mu \, \underline{n}^* . \underline{R} \, \underline{n} \, q_n \qquad (1.39)$$

où

$$\phi_{n^*} = \underline{n}^* . \left[\nabla p - \rho \underline{g} \right]$$

Considérons l'écoulement dans une des directions principales du tenseur $\underline{R}_s$, c'est-à-dire, dans la base déjà choisie

$$\{\underline{e}_i\}_{i=1,2,3} \quad ,$$

et soit $\underline{n}^*$ une direction normale à $\underline{n}$

$$\underline{n}^* = \underline{e}_j$$

Il résulte de l'équation (1.39)

$$- \phi_{n*} = \mu \underline{e}_j \cdot \underline{\underline{R}}\, \underline{e}_i \, q_n = \mu \, R_{ji} \, q_n \quad , \quad j \neq i$$

et la composante R_{ji} de $\underline{\underline{R}}$ est donc

$$R_{ji} = - \frac{1}{\mu} \frac{\phi_{n*}}{q_n} \tag{1.40}$$

Nous arrivons à la conclusion que si dans les échantillons cylindriques retirés du milieu poreux dans les directions principales du tenseur $\underline{\underline{R}}_s$ il apparait un gradient de pression non nul dans la direction normale à l'écoulement, le tenseur $\underline{\underline{R}}$ est asymétrique et sa représentation matricielle dans la base choisie est:

$$\left(R_{ji}\right) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & R_{12} & R_{13} \\ -R_{12} & \lambda_2 & R_{23} \\ -R_{13} & -R_{23} & \lambda_3 \end{pmatrix} \tag{1.41}$$

où λ_i sont les valeurs propres de $\underline{\underline{R}}_s$, et où les valeurs R_{ij}, $i \neq j$, peuvent être calculées à partir de l'équation (1.40).

Apparemment ce schéma expérimental visant l'expression complète du tenseur résistivité pour un milieu poreux donné n'a pas encore été utilisé.

1.3.6 Ecoulement à travers un milieu hétérogène

Considérons le cas de l'écoulement lent d'un fluide

newtonien à travers un milieu isotrope et hétérogène, c'est-à-dire un milieu dans lequel les propriétés géométriques sont fonctions du point considéré, mais indépendantes de la direction. Des milieux hétérogènes peuvent provenir des méthodes de filtrage rencontrées dans l'industrie chimique, et du processus de colmatage. A notre connaissance l'écoulement à travers un milieu hétérogène n'a pas encore été abordé du point de vue fondamental de la généralization de l'équation de Darcy (SCHEIDEGGER - 1960, p.74).

Si le milieu est hétérogène il peut exister une variation de la porosité suivant le point considéré: $\varepsilon = \varepsilon(\underline{x})$. Dans ces conditions l'équation (1.16) ne s'applique plus comme on a vu dans le paragraphe 1.2.

Pour un écoulement "uniforme", en régime permanent, on a à partir de l'équation (1.14), l'équation du mouvement.

$$0 = - \underline{\nabla} (\varepsilon p) + \mu \underline{q} \nabla^2 \varepsilon - \varepsilon \underline{m} + \varepsilon \rho \underline{f} \quad (1.42)$$

Nous montrerons plus tard que le modèle capillaire appliqué à l'écoulement à travers un milieu hétérogène nous conduit à l'équation

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k(\underline{x})} \underline{q} \quad (1.43)$$

qui est vérifiée expérimentalement.

En considérant seulement les milieux étudiés, nous montrerons aussi que la porosité varie peu avec la position et l'équation généralisée de Darcy prend donc la forme:

$$-(\nabla p - \rho \underline{g}) = \frac{\mu}{k(\underline{x})}\,\underline{q}$$

On pourrait imaginer, à priori, d'autres formes telles que $\underline{q} = \frac{1}{\mu}\left[\nabla (kp) - k\,\rho \underline{g}\right]$ qui donnent l'équation de Darcy classique dans le cas d'un milieu homogène (SCHEIDEGGER, 1960, p.74), mais cette forme aurait l'inconvenient de laisser présumer à un écoulement en l'absence de variation de pression sur une horizontale ou à l'equilibre hydrostatique sur une verticale.

1.3.7 Ecoulement à travers les argiles

L'équation de Darcy, équation (1.23), ne s'applique pas à l'écoulement extrêmement lent de liquide à travers des milieux poreux constitués de particules de "très" petites dimensions. On vérifie cette conclusion dans l'écoulement de l'eau à travers des argiles, c'est-à-dire, pour une perméabilité de l'ordre du millidarcy, sous un gradient hydraulique $\underline{i}$ inférieur à 50 (voir figure 1.3).

La différence entre l'équation (1.23) et celle représentative de ce type d'écoulement a reçu de la part des chercheurs des interprétations diverses (MITCHELL et YOUNGER, 1966; HABIB et THIRRIOT, 1969) ce qui prouverait que le phénomème n'est pas encore bien compris. De nombreux auteurs pensent que cette différence par rapport à l'équation de Darcy est dûe au fait que l'eau présente un comportement d'un fluide non newtonien, peut-être celui d'un fluide de BINGHAM; d'autres estiment que la déviation a

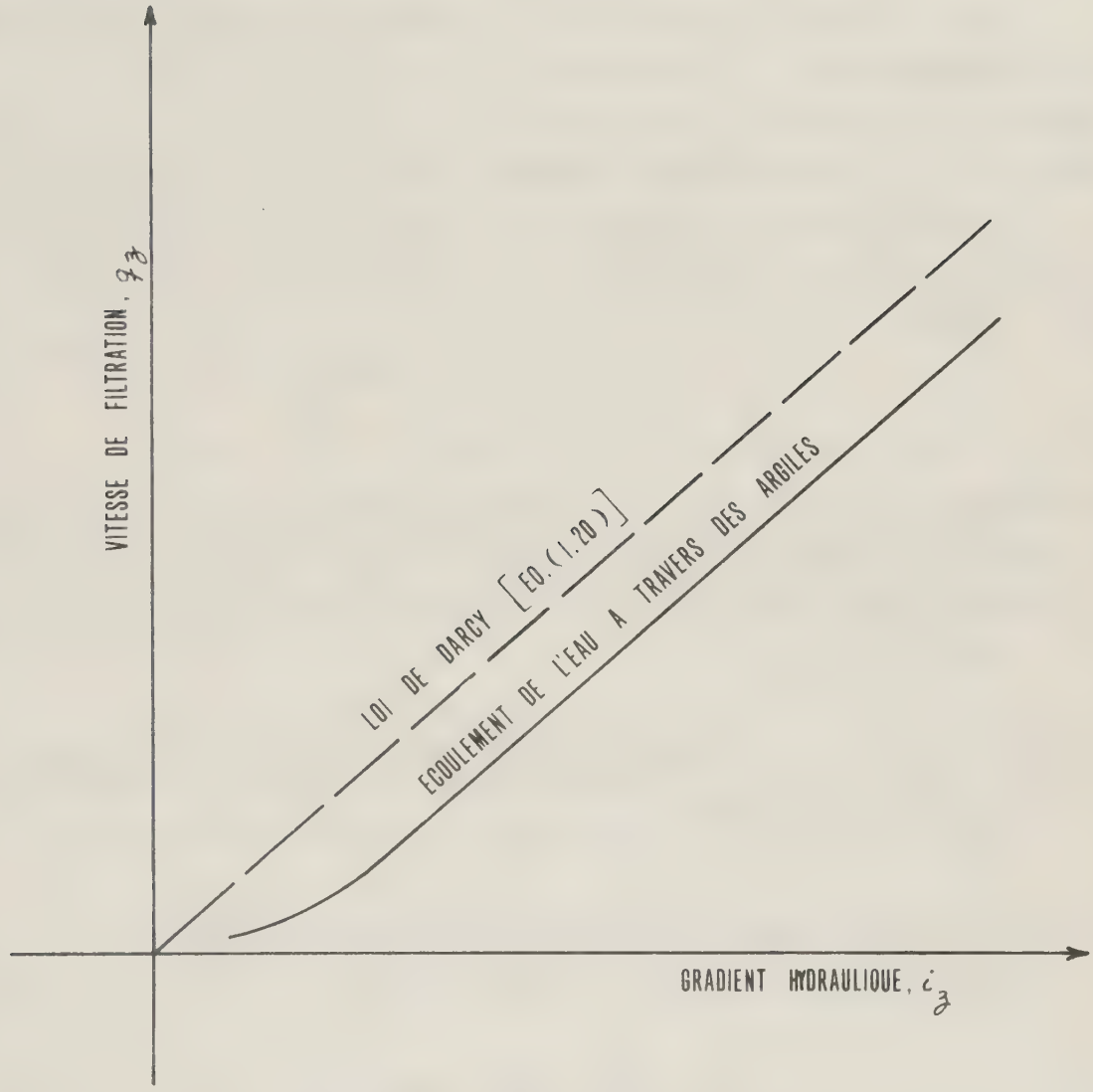


FIGURE 1.3 ECOULEMENT DE L'EAU A TRAVERS L'ARGILE (MITCHELL ET YOUNGER 1966)

pour origine des effets électroosmotiques et pensent encore possible l'existence d'une structure presque cristalline de l'eau absorbée, ce qui imposerait des caractéristiques particulières à l'écoulement.

Quelques données expérimentales connues sur l'écoulement d'eau dans des argiles, peuvent être exprimées par l'expression suivante proposée par SWARTZENDRUBER (MITCHELL et YOUNGER - 1966):

$$m_z = \left[\alpha\, q_z + \beta\left(1 - e^{-\gamma q_z}\right)\right] \qquad (1.44)$$

où m_z est la composante dans la direction de l'écoulement de la force exercée par le solide sur le fluide, et α, β et γ sont des constantes positives à déterminer expérimentalement pour chaque milieu poreux.

En généralisant l'équation (1.44) suivant l'équation (1.18), il vient:

$$\underline{m} = \alpha\left[1 + \frac{\beta}{||\underline{q}||}\left(1 - e^{-\gamma||\underline{q}||}\right)\right]\underline{q} \qquad (1.45)$$

Nous montrerons dans ce qui suit que dans l'écoulement lent des solutions de polymères à travers des milieux poreux de basse perméabilité, on retrouve des anomalies analogues à celles qui se presentent dans l'écoulement de l'eau dans les argiles.

1.3.8- Ecoulement à hauts débits

Soit l'écoulement unidimensionnel, incompressible,d'un fluide newtonien à travers un milieu poreux isotrope et homogène. En augmentant successivement la vitesse superficielle q_z on vérifie expérimentalement qu'à partir d'une certaine valeur de la vitesse, l'équation de Darcy, équation (1.23),n'est plus vérifiée, comme nous pouvons le constater dans la figure (1.4) qui se réfère à un système fluide-milieu poreux donné.

L'écart avec l'équation de Darcy serait causé par un effet d'inertie qui se ferait sentir à l'échelle microscopique comme ont pu le visualiser CHAUVETEAU et THIRRIOT (1967) et,pour des valeurs plus élevés de débit, par effet de turbulence, comme l'a mesuré WRIGHT (1968).

Il existe une bibliographie très vaste sur ce sujet, dans laquelle on trouve un nombre important d'expériences et plusieurs formes de corrélations empiriques ou semi-empiriques.

La synthèse de cette littérature peut être trouvée dans les ouvrages de SCHEIDEGGER (1960, p.162), CHAUVETEAU (1965) et THIRRIOT (1969).

La corrélation semi-empirique proposée par FORCHEIMER (SCHEIDEGGER - 1960, p.62),

$$m_z = aq_z + bq_z^2 \qquad (1.46)$$

basée sur les résultats des écoulements en tube capillaires paraît satisfaisante pour la majorité des expériences connues.

Dans l'équation (1.46) a et b sont des constantes qui dépendent du système milieu poreux-fluide. Pour l'écoulement lent l'équation (1.46) revient à l'équation de Darcy et, alors,

$$a = \frac{\mu}{k}$$

Nous montrerons que la théorie de l'écoulement au voisinage d'une sphère, quand les effets d'inertie ne sont pas négligeables, permet d'obtenir par extrapolation pour les milieux poreux à l'expression suivante:

$$b = \phi \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^{0,5} \frac{\rho}{\sqrt{k}}$$

où le facteur ϕ dépend des propriétés géométriques du milieu.

Nous montrerons, aussi, que le résultat

$$m_z = \frac{\mu}{k} q_z + \phi \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^{0,5} \frac{\rho}{\sqrt{k}} q_z^2 \qquad (1.47)$$

est vérifié expérimentalement, ce qui amène à la généralisation

$$\underline{m} = \left[\frac{\mu}{k} + \phi \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^{0,5} \frac{\rho}{\sqrt{k}} ||\underline{q}|| \right] \underline{q} \qquad (1.48)$$

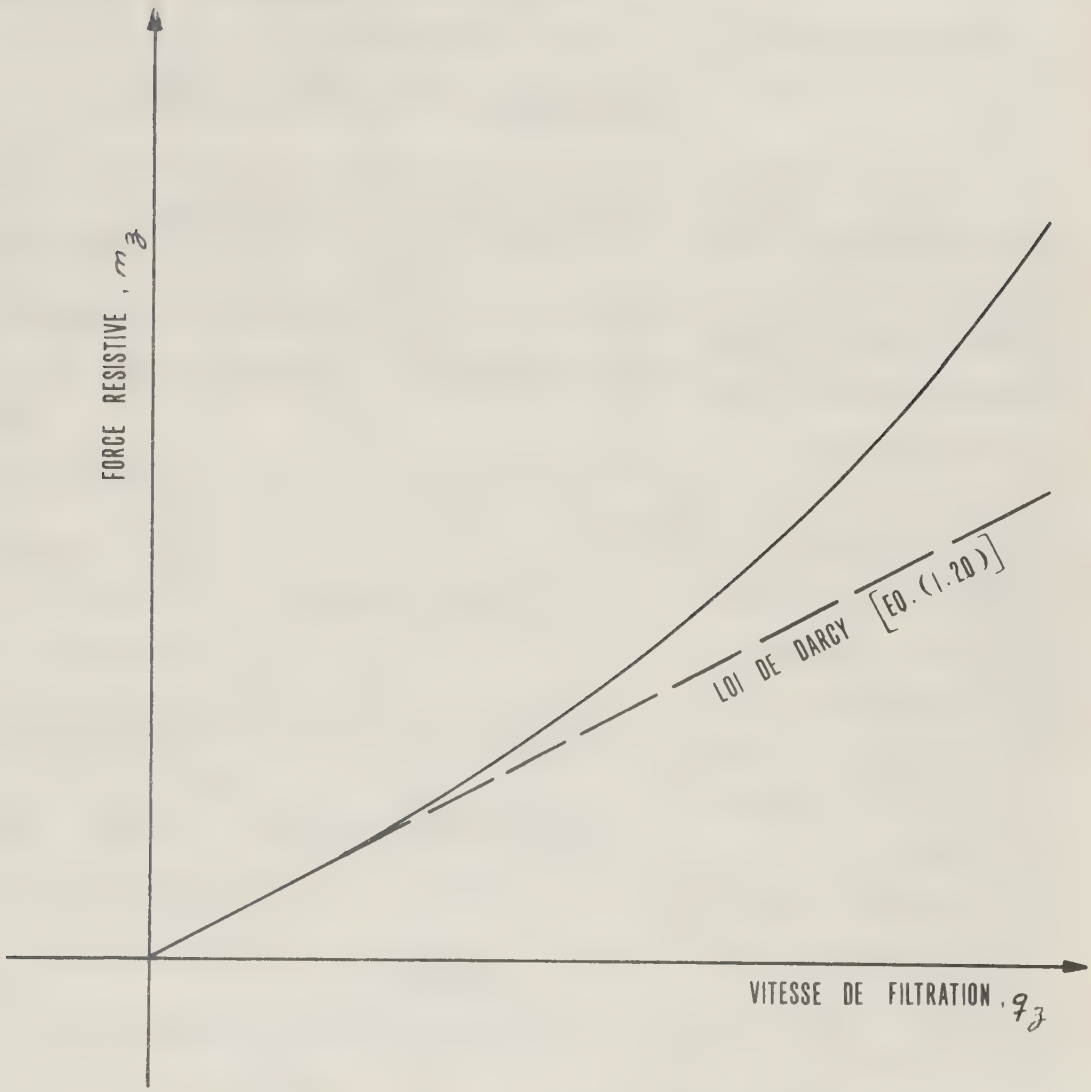


FIGURE I.4 ECOULEMENT DE FLUIDE NEWTONIEN A TRAVERS UN MILIEU POREUX HOMOGENE.

1.3.9 Résumé:équations constitutives pour la force résistive m

Dans le tableau 1 nous résumerons les principaux résultats relatifs à la force résistive $\underline{m}$.

Tableau 1 - Force résistive $\underline{m}$

Milieu poreux isotrope: $\underline{m} = R^* \psi(\|\|\underline{q}\|\|)\underline{q}$		
Ecoulement	$\underline{m}$	*Equation*
Ecoulement incompressible de fluide newtonien	$\left[\frac{\mu}{k} + \phi\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{0,5} \frac{\rho}{\sqrt{k}} \|\|\underline{q}\|\|\right]\underline{q}$	(1.48)
Ecoulement lent de fluide newtonien avec effets moléculaires (effet de Klinkenberg)	$\frac{\mu}{k\left[1 + \frac{b}{p_m}\right]}\underline{q}$	(1.25)
Ecoulement lent de fluide de Ostwald-de Waele	$\frac{M}{12}\left[3\left(\frac{3n+1}{n}\right)\right]^n (150k\varepsilon)^{\frac{1-n}{2}} \left(\frac{\|\|\underline{q}\|\|}{k}\right)^{n-1}\underline{q}$	(1.28)
Ecoulement lent et non isotherme de fluide newtonien	$\frac{\mu(\underline{x})}{k}\underline{q}$	(1.29)
Ecoulement lent de fluide newtonien en milieu hétérogène à porosité constante	$\frac{\mu}{k(\underline{x})}\underline{q}$	(1.43)
Ecoulement lent de l'eau à travers des argiles	$\alpha\left[1 + \frac{\beta}{\|\|\underline{q}\|\|}\left(1 - e^{-\gamma\|\|\underline{q}\|\|}\right)\right]\underline{q}$	(1.45)
Ecoulement lent de fluide newtonien en milieu poreux anisotrope	$\underline{m} = \mu R\, q$	

1.4 Champs de pression et de vitesse dans l'écoulement à travers des milieux poreux

Soit l'écoulement isotherme à travers un milieu poreux.

Les équations de continuité et de mouvement, équations (1.13) et (1.14), et aussi l'équation d'état du fluide, constituent un système d'équations différentielles dont la solution, pour des conditions initiales données, fournit $p = p(\underline{x})$ et $\underline{q} = \underline{q}(\underline{x})$.

D'une façon générale, la recherche de la solution de ce système d'équations est extrêmement difficile. Les méthodes de résolution analytiques s'appliquent aux cas d'écoulements lents, incompressibles, de fluides newtoniens à travers um milieu poreux isotrope et homogène, en régime permanent. Les équations de continuité et de mouvement prennent la forme:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{q} = 0 \qquad (1.49)$$

$$\underline{q} = - \frac{k}{\mu} \underline{\nabla} \mathbb{P} \qquad (1.50)$$

où

$$\mathbb{P} = p + \rho g h$$

En combinant les équations (1.49) et (1.50), il en résulte l'équation de Laplace

$$\nabla^2 \mathbb{P} = 0$$

dont la solution fournit le champ de pression. Une fois determiné le champ de pression, l'équation (1.50) permet de déterminer

le champ de vitesse.

Un grand nombre de solutions relatives aux équations de continuité et de mouvement se trouvent réunies dans les livres de POLUBARINOVA - KOCHINA (1952) et ARAVIN-NUMEROV (1965).

L'analyse de ces solutions sort du cadre de notre étude.

CHAPITRE II

Analogie entre les écoulements en tuyaux et en milieu poreux

2.1 Etablissement de l'analogie

Considérons l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien et incompressible dans un tuyau cylindrique dont le profil peut être de forme variée. Le tableau 2.1 résume quelques résultats exprimant le débit en fonction de la chute de pression mesurée dans le sens de l'écculement, obtenus de façon exacte par l'intégration de l'équation de Navier-Stokes (BERKER - 1963). Ces résultats peuvent être groupés dans l'expression générale:

$$-\frac{d\mathbb{P}}{dz} = \frac{\mu \mathbf{V}}{C} \qquad (2.1)$$

où

$\mathbb{P} = p + \rho g h$ est la pression piézométrique, V est la vitesse moyenne du fluide et C une fonction de la géométrie du tuyau qui a la dimension d'une surface.

Soit le rayon hydraulique R_h,

$$R_h = \frac{\text{(aire de la section transversale de l'écoulement)}}{\text{(perimetre mouille de l'ecoulement)}}$$

C s'exprime en fonction du rayon hydraulique:

$$C = R_h^2/\beta$$

où β est une fonction adimensionnelle de la géométrie du tuyau.

L'équation (2.1) a la même forme que l'équation d'un écoulement lent d'un fluide newtonien à travers un milieu poreux isotrope et homogène

$$- \frac{d\mathbb{P}}{dz} = \frac{\mu q_z}{k} \qquad (1.20)$$

où

k, la perméabilité, est une fonction de la géométrie du milieu. Les équations (2.1) et (1.20) nous permettent ainsi de conclure à l'analogie entre l'écoulement en tuyaux et celui en milieu poreux.

Fondés sur cette analogie, plusieurs modèles ont été imaginés en considérant le milieu poreux constitué par un ensemble de tuyaux (SCHEIDEGGER, 1960, p.114).

Les modèles ont été crées dans l'intention d'établir la rélation entre les propriétés géométriques du milieu et sa perméabilité. Dans ce sens toutefois, des résultats meilleurs sont obtenus en appliquant le concept de rayon hydraulique, comme c'est le cas dans la théorie de BLAKE-KOZENY.

2.2 Théorie de Blake-Kozeny (BIRD et coll. - 1960, p.196)

La théorie de Blake-Kozeny consiste fondamentalement à admettre, pour l'écoulement d'un fluide newtonien à travers des milieux homogènes, la validité de l'expression suivante:

$$- \frac{d\mathbb{P}}{dz} = \frac{\mu V}{R_h^2/\beta} \qquad (2.2)$$

où V est la vitesse interstitielle et β un coefficient

Tableau 2.1

Ecoulement laminaire de fluide newtonien dans des tuyaux cylindriques

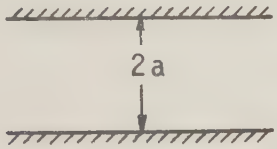
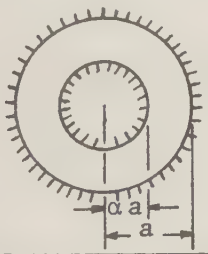
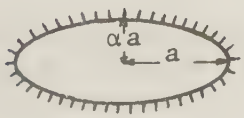
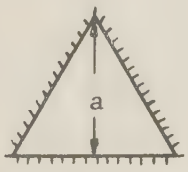
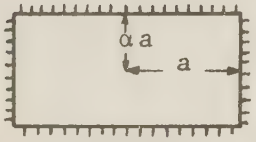
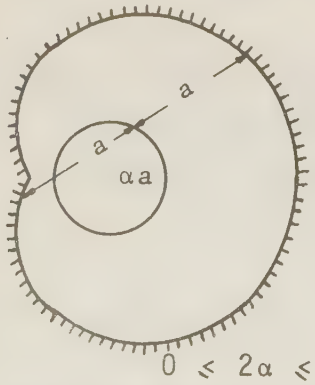
Type de Canal	*Equation*	
	$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu V}{C}$	$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu V}{R_h^2/\beta}$
Deux plaques parallèles 	$C = a^2/3$	$\beta = 3$
Tube de section circulaire	$C = a^2/8$	$\beta = 2$
Région annulaire entre deux tubes coaxiaux 	$C = \frac{a^2}{8}\left[\frac{1-\alpha^4}{1-\alpha^2} - \frac{1-\alpha^2}{\ell n(1/\alpha)}\right]$	$\beta = \frac{2(1-\alpha)^2}{1+\alpha^2-\left[(1-\alpha^2)/\ell n(1/\alpha)\right]}$ $2 \leq \beta < 3 \ , \ 0 \leq \alpha < 1$
Tuyau de section elliptique 	$C = \frac{a^2}{4}\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2}$	$\beta = \frac{(1+\alpha^2)\pi^2}{4E^2}$ où $E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2\sin^2\phi}\, d\phi$ $k = \sqrt{1-\alpha^2}$ $2 \leq \beta < 2{,}46 , 0 < \alpha \leq 1$

Tableau 2.1 - (suite)

Type de Canal	*Equation*	
	$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu V}{C}$	$-\frac{dP}{R_h^2/\beta}$
Tuyau dont la section est un triangle équilatéral 	$C = \frac{a^2}{60}$	$\beta = 1,67$
Tuyau de section rectangulaire 	$C = \frac{\alpha^2 a^2}{16} f(1/\alpha)$ où $f(1/\alpha) = \frac{16}{3} - \frac{1024}{\pi^5}\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tan(ma)}{(2n+1)^5}$ $m = \frac{(2n+1)\pi}{2\alpha a}$	$\beta = \frac{16}{(1+\alpha)^2 f(1/\alpha)}$ $1,78 \leq \beta < 3$, $0 < \alpha \leq 1$
Tuyau dont la section a la forme de limaçon  $0 \leq 2\alpha \leq 1$	$C = \frac{1}{8} \frac{(1+4\alpha^2-2\alpha^4)}{(1+2\alpha^2)} a^2$	$\beta = \frac{2\pi^2 (1+2\alpha^2)^3}{(1+4\alpha^2)(1+4\alpha^2-2\alpha^4) I^2}$ où $I = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{4\alpha^2+1}\cos\theta}\, d\theta$ $2 \leq \beta \leq 2,23, 0 \leq 2\alpha \leq 1$

déterminé expérimentalement, fonction de la géométrie du milieu. La relation entre la vitesse interstitielle V et la vitesse de filtration q_z est, suivant l'hypothèse de Depuit-Forchheimer,

$$V = \frac{q_z}{\varepsilon} \tag{2.3}$$

Le rayon hydraulique pour un milieu poreux est obtenu de la façon suivante:

$$R_h = \frac{\text{(aire de la section transversale de l'écoulement)}}{\text{(périmètre mouillé de l'écoulement)}}$$

$$= \frac{\text{(volume occupé par le fluide)}}{\text{(aire de la paroi des pores de l'échantillon)}}$$

$$= \frac{\dfrac{\text{(volume occupé par le fluide)}}{\text{(volume du milieu poreux)}}}{\dfrac{\text{(aire de la paroi des pores)}}{\text{(volume du milieu poreux)}}},$$

a_v étant la surface spécifique, c'est-à-dire,

$$a_v = \frac{\text{(aire de la paroi des pores)}}{\text{(volume des particules solides)}}$$

En définissant le diamètre moyen des particules, D_p, par la relation $D_p = 6/a_v$ il résulte des équations (2.2) et (2.3):

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu q_z}{\dfrac{\varepsilon^3 D_p^2}{36(1-\varepsilon)^2 \beta}} \tag{2.4}$$

Dans le cas de particules sphériques identiques, D_p est le diamè-

tre des particules.

Historiquement l'expression du facteur β est

$$\beta = \beta_c t \qquad (2.5)$$

$\beta_c = 2$ étant la valeur du facteur pour l'écoulement dans des tubes de section circulaire et t, la tortuosité. Suivant l'interprétation classique, la tortuosité marque l'allongement du chemin moyen parcouru par rapport à la longueur de l'échantillon. En réalité, cette interprétation n'a pas beaucoup de sens car, comme le montre le tableau 2.1, β varie suivant la forme de la section transversale du tuyau cylindrique et, dans celui-ci, l'écoulement se fait, comme pour le tube circulaire, suivant des trajectoires rectilignes.

L'expérimentation montre que pour des milieux de porosité comprises entre 0,2 et 0,5, constitués de particules arrondies homogènes ou mélangés de particules arrondies de dimensions différentes ou de particules cylindriques ou en forme de disque (SADOWSKI, 1963, p.6-7; WYLLIE et GREGORY, 1955):

$$0{,}8 < (\varepsilon t) < 1{,}2$$

Pour un milieu constitué de sphères homogènes, $\varepsilon = 0{,}37$, la tortuosité est voisine de $t = 2{,}5$.

En prenant, comme valeur moyenne $(\varepsilon t) = 1{,}0$, on déduit des équations (2.4) et (2.5)

$$-\frac{dIP}{dz} = \frac{\mu q_z}{\frac{\varepsilon^4 D_p^2}{72(1-\varepsilon)^2}} \qquad (2.6)$$

En comparant cette équation avec la loi de Darcy, équation (1.20), il en résulte la corrélation suivante entre les proprietés géométriques et la perméabilité du milieu

$$k = \frac{\varepsilon^4 D_p^2}{72(1-\varepsilon)^2} \qquad (2.7)$$

Cette équation permet une estimation rapide de la valeur de k pour des milieux non consolidés de géométrie simple.

2.3 Ecoulement en milieu hétérogène

Nous allons admettre qu'un milieu poreux hétérogène peut être répresenté par un ensemble de tuyaux coniques comme schématisé dans la figure 2.1

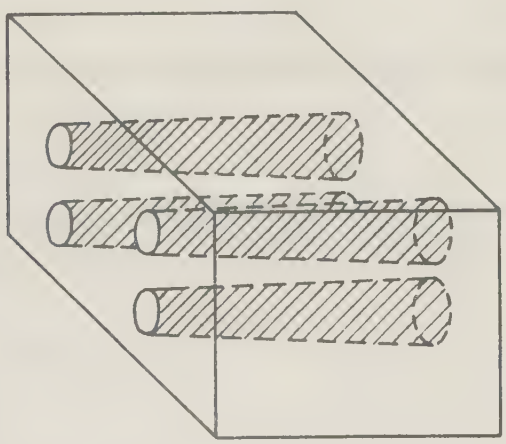
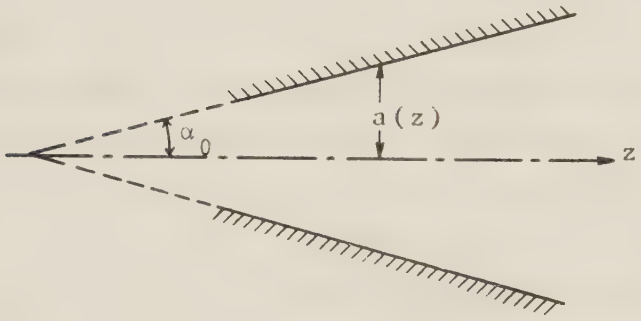


Figure 2.1 - Modèle pour milieu poreux hétérogene

Dans l'écoulement suffisamment lent d'un fluide newtonien, l'équation relative au tuyau conique est (BERKER – 1963, p.224)



$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu Q}{\frac{\pi}{3} a^4(z) \frac{(1+2\sigma_0)(1-\sigma_0)^2\ \sigma_0}{(1-\sigma_0^2)^{0,5}(3\sigma_0^2-1)}} \quad , \alpha_0 < 54^0 44'$$

où p est la pression mesurée dans la surface du cône, Q est le débit et $\sigma_0 = \cos \alpha_0$.

Cette équation suggère, pour le milieu hétérogène, l'expression suivante pour la force résistive $\underline{m}$:

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k(\underline{x})} \underline{q} \qquad (2.8)$$

2.4 Ecoulement non isotherme

Voyons quelles informations nous pouvons tirer de l'analogie avec l'écoulement dans des tuyaux pour le cas d'écoulement

non isotherme en milieu poreux.

Soit l'écoulement permanent et laminaire d'un fluide newtonien incompressible dans un tube cylindrique de section circulaire. Supposons que la température dans la masse fluide soit fonction seulement de z, ce qui implique que $\mu = \mu(z)$. Il résulte de l'équation (1.2)

$$\frac{d\mathbb{P}}{dz} = \frac{\mu(z)}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr}\right) \tag{2.9}$$

avec encore $\mathbb{P} = p + \rho gh$.

En intégrant l'équation (2.9) par rapport à r et en calculant la vitesse moyenne V dans une section du tube, on obtient:

$$- \frac{d\mathbb{P}}{dz} = \frac{8\mu(z)}{R^2} V \tag{2.10}$$

où R est le rayon du tube.

L'équation (2.10) nous suggère pour le milieu poreux l'expression

$$m = \frac{\mu(x)}{k} \underline{q} \tag{2.11}$$

dont nous montrerons plus tard, la bonne vérification expérimentale.

2.5 Ecoulement non newtonien

Soit l'écoulement laminaire d'un fluide simple incompressible de Noll dans un tube rectiligne de section circulaire.

La vitesse moyenne d'écoulement V est donnée par l'équation de Rabinowitsch (VAN WAZER et coll., 1966, p.191):

$$V = \frac{R}{S_R^3}\int_0^{S_R} S^2 F(S)dS = R\int_0^1 y^2 F(yS_R)dy \qquad (2.12)$$

où

$$S = \frac{r}{2}\left|\frac{d\mathbb{P}}{dz}\right|$$

est la contrainte de cisaillement à une distance r du centre du tube, S_R la contrainte de cisaillement à la paroi du tube de rayon R et F = F(S) est la fonction taux de déformation.

Dans l'écoulement unidirectionnel à travers un milieu poreux isotrope et homogène nous écrivons, par analogie avec l'équation (2.12):

$$\frac{q_z}{\epsilon} = R^*\int_0^1 y^2 F(y\, S_R^*)dy \qquad (2.13)$$

où R* est un rayon équivalent, $S_R^* = \frac{R^*}{2t}\left|\frac{d\mathbb{P}}{dz}\right|$ et t la tortuosité du milieu.

L'équation (2.13) doit donner l'équation de Darcy quand le fluide a un comportement newtonien, c'est-à-dire, quand $F(S) = S/\mu$ où μ est la viscosité du fluide.

Il en résulte la relation suivante entre R* et les paramètres géométriques du milieu poreux:

$$R^* = 2\left[\frac{2kt}{\varepsilon}\right]^{1/2} \qquad (2.14)$$

En combinant les équations (2.13) et (2.14), on obtient:

$$q_z = 2(2\varepsilon kt)^{1/2}\int_o^1 y^2 F\left[y\left(\frac{2k}{\varepsilon t}\right)^{1/2}\left|\frac{d\mathbb{P}}{dz}\right|\right]dy \qquad (2.15)$$

où la fonction rhéologique

$$\Omega(S_R^*) = \int_o^1 y^2 F(y\, S_R^*)\, dy \qquad (2.16)$$

peut être déterminée grâce aux données expérimentales obtenues avec des tubes capillaires, comme l'indique l'équation (2.12), c'est-à-dire

$$\Omega(S_R) = \frac{V}{R} \qquad (2.17)$$

Una analyse de l'équation (2.15) nous a montré que l'influence du terme (εt) est très petite, même pour un fluide avec un comportement "fortement" non newtonien. Dans l'analyse nous avons considéré, comme indiqué au paragraphe 2.2,

$$0{,}8 < (\varepsilon t) < 1{,}2$$

et nous avons adopté, pour le fluide, le modèle de Ostwald-de Waele,

$$\tau = \frac{1}{m}\dot{\gamma}^{1/n}$$

avec $0,3 < n < 1,2$.

Dans ces conditions, l'écart entre les résultats fournis par l'équation (2.15), en conservant le terme (εt), ou en faisant $(\varepsilon t)=1$ est inférieur à 10%.

Nous pouvons donc écrire:

$$q_z = 2(2k)^{1/2}\int_0^1 y^2 F\left[y(2k)^{1/2} \left|\frac{dIP}{dz}\right| \right] dy \qquad (2.18)$$

Il est important de noter que l'équation (2.18) n'exige pas d'expliciter la forme mathématique du modèle rhéologique pour le fluide: les informations sur le comportement du fluide peuvent être fournies facilement par expérimentation avec des tubes capillaires.

Nous montrerons plus tard que l'expérimentation permet de confirmer la validité de l'équation (2.18) dans l'écoulement lent de fluides non newtoniens à travers les milieux poreux.

Il n'est pas possible de tirer de l'équation (2.15) ou (2.18) l'expression de la force résistive $\underline{m}$. Mais, une forme généralisée de l'équation de Darcy pour l'écoulement d'un fluide non newtonien incompressible, peut être obtenue à partir de l'hypothèse.

$$\underline{q} = \underline{f}\,[\,\underline{h}\,(\underline{x})\,] \;,\; f(\underline{0}) = \underline{0}$$

où $\underline{h} = \underline{\nabla}\, IP$ et $\underline{f}$ est une fonction dérivable à l'origine (TELLES et MASSARANI - 1970).

La vérification du principe de l'invariance lors des

changements de coordonnées conduit, pour un milieu isotrope, à

$$\underline{q} = K^*\psi^*(||\underline{h}||)\underline{h} \quad , \quad \psi^*(0) = 1$$

Par conséquent, on obtient pour l'écoulement d'un fluide non newtonien, l'équation

$$\underline{q} = -\frac{2(2k)^{1/2}}{||\underline{h}||}\left\{\int_0^1 y^2 F\left[y(2k)^{1/2}||\underline{h}||\right]dy\right\}\underline{h} \qquad (2.19)$$

2.6 Ecoulement à hauts débits

Dans le cas de l'écoulement dans des tuyaux cylindriques l'écart avec les équations presentées au tableau 2.1 apparaît avec la naissance de la turbulence.

Dans l'écoulement en milieux poreux, quand la loi de Darcy cesse d'être vérifiée, l'écoulement est encore parfaitement laminaire et on constate (CHAUVETEAU et THIRRIOT – 1967) une déformation sensible des lignes de courant du fluide par rapport à celles du régime darcyen.

A mesure que le débit croît, des noyaux de turbulence peuvent être visualisés dans le milieu poreux et les régimes laminaire et turbulent existent côté à côté en même temps. La turbulence complète est vérifiée seulement à des débits élevés.

En conclusion, nous dirons que l'analogie entre les écoulements en tuyau cylindrique et en milieu poreux n'a de sens que pour des débits suffisamment faibles. Il faut toutefois,

mentionner l'équation bien connue de Ergun (1952),

$$-\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) = \frac{\mu}{k} q_z + 0{,}143 \frac{\rho}{\sqrt{k}\,\varepsilon^{3/2}} q_z^2 \qquad (2.20)$$

Cette équation est la somme, sans aucune justification de l'équation de Blake-Kozeny, équation (2.4) avec $\beta = \frac{50}{12}$, et de l'équation obtenue par l'application du concept du rayon hydraulique à l'équation pour l'écoulement turbulent en tube de section circulaire.

Des données expérimentales indiquent que l'équation de Ergun n'est valide que pour des milieux de perméabilité élevée c'est à dire, $k > 10^{-5}$ cm^2 et $\varepsilon > 0{,}4$.

Il est possible d'établir une analogie entre les écoulements en milieu poreux et en tube conique ou canal convergent-divergent. Dans ces tuyaux les effets d'inertie qui se font sentir pour des débits dépassant certains niveaux, provoquent des écarts de linéarité entre chute de pression et débit, sans que le régime turbulent soit atteint.

Il paraît, cependant, plus intuitif d'établir l'analogie entre l'écoulement en milieu poreux et l'écoulement au voisinage des corps immergés dans les conditions d'écoulement à hauts débits.

Nous traiterons cette analogie dans le chapitre qui suit.

CHAPITRE III

Analogie entre les écoulements au voisinage des corps immergés et dans un milieu poreux

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous essaierons d'établir quelques résultats rélatifs à l'écoulement en milieux poreux, à partir de l'étude de l'écoulement au voisinage d'un corps immergé.

Notre intérêt se porte sur l'ecoulement à haut débit quand, conformément au chapitre précédent, l'analogie capillaire cesse d'être valable. Spécifiquement nous chercherons à définir:

a) La rélation entre la chute de pression et le débit pour l'écoulement d'un fluide newtonien en milieu poreux homogène et isotrope;
b) L'extension de ce résultat aux milieu poreux hétérogènes, ou aux fluides non newtoniens; ou encore aux écoulements non isothermes;
c) Les régimes d'écoulement en milieu poreux.

On a vu que l'équation du mouvement pour l'écoulement "uniforme" dans un milieu poreux prend la forme:

$$-\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) = m_z \qquad (1.16)$$

où m_z exprime la force qu'exerce le squelette solide sur

le fluide, par unité de volume de fluide, dans la direction $\underline{z}$ de l'écoulement.

Soit l'écoulement dans un milieu poreux homogène, de porosité ε, constitué de particules de volume V_p. Dans le cas de milieu consolidé, on peut le diviser en particules de volume V_p.

Soit F la composante dans la direction de l'écoulement de la force de traînée relative à chaque particule. En admettant que cette force soit la même pour toutes les particules qui constituent le milieu poreux, il résulte:

$$m_z = \frac{F \frac{V(1-\varepsilon)}{V_p}}{V\varepsilon} = \frac{F}{V_p} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \qquad (3.1)$$

où V est le volume du milieu et, en conséquence, $V\varepsilon$ le volume occupé par le fluide; $\frac{V(1-\varepsilon)}{V_p}$ est le nombre de particules qui constituent le milieu.

Le problème qui suit est la détermination d'une expression pour F. Les résultats relatifs à l'écoulement dans le voisinage d'une sphère constitueront la base de départ de l'étude. Le procédé employé s'appuie fondamentalement sur les travaux de RUMER et DRINKER (1966).

Des corps immergés de formes différentes, telles que des cylindres, pourraient aussi être employés dans l'analyse. Cette analogie paraît particulièrement intéressante dans l'établissement d'une corrélation entre la géométrie et la perméabilité, pour des milieux poreux constitués de fibres (SCHEIDEGGER–1960, p. 132).

Il est important de mettre en évidence que la théorie de la traînée dans des corps immergés de géométrie simple, appliquée à l'écoulement dans un milieu poreux, ne peut conduire qu'à des résultats essentiellement qualitatifs. Comme dans les autres formulations, l'expérimentation est indispensable pour obtenir des équations applicables.

3.2 Ecoulement au voisinage d'une sphère

Soit l'écoulement dans la direction $\underline{z}$ d'un fluide newtonien et incompressible, au voisinage d'une sphère lisse de diamètre D = 2R, comme indiqué dans la figure 3.1. La vitesse d'approche du fluide est uniforme et égale à v_∞.

Soit F_∞ la composante de la force provoquée par l'écoulement de ce fluide, dans la direction de celui-ci agissant sur la sphère. Cette force est la résultante des forces normales F_n (forces de pression) et des forces tangentielles F_t (forces de frottement) appliquées à la surface de la sphère (BIRD et coll. - 1960, p. 190).

$$F_\infty = F_n + F_t \tag{3.2}$$

où

$$F_n = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \left\{ - P\Big|_{r=R} \cos\Theta \right\} R^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\phi - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g \tag{3.3}$$

$$F_t = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \left\{ - \mu \left[r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\Theta}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \Theta} \right]_{r=R} \sin\Theta \right\} R^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\phi \tag{3.4}$$

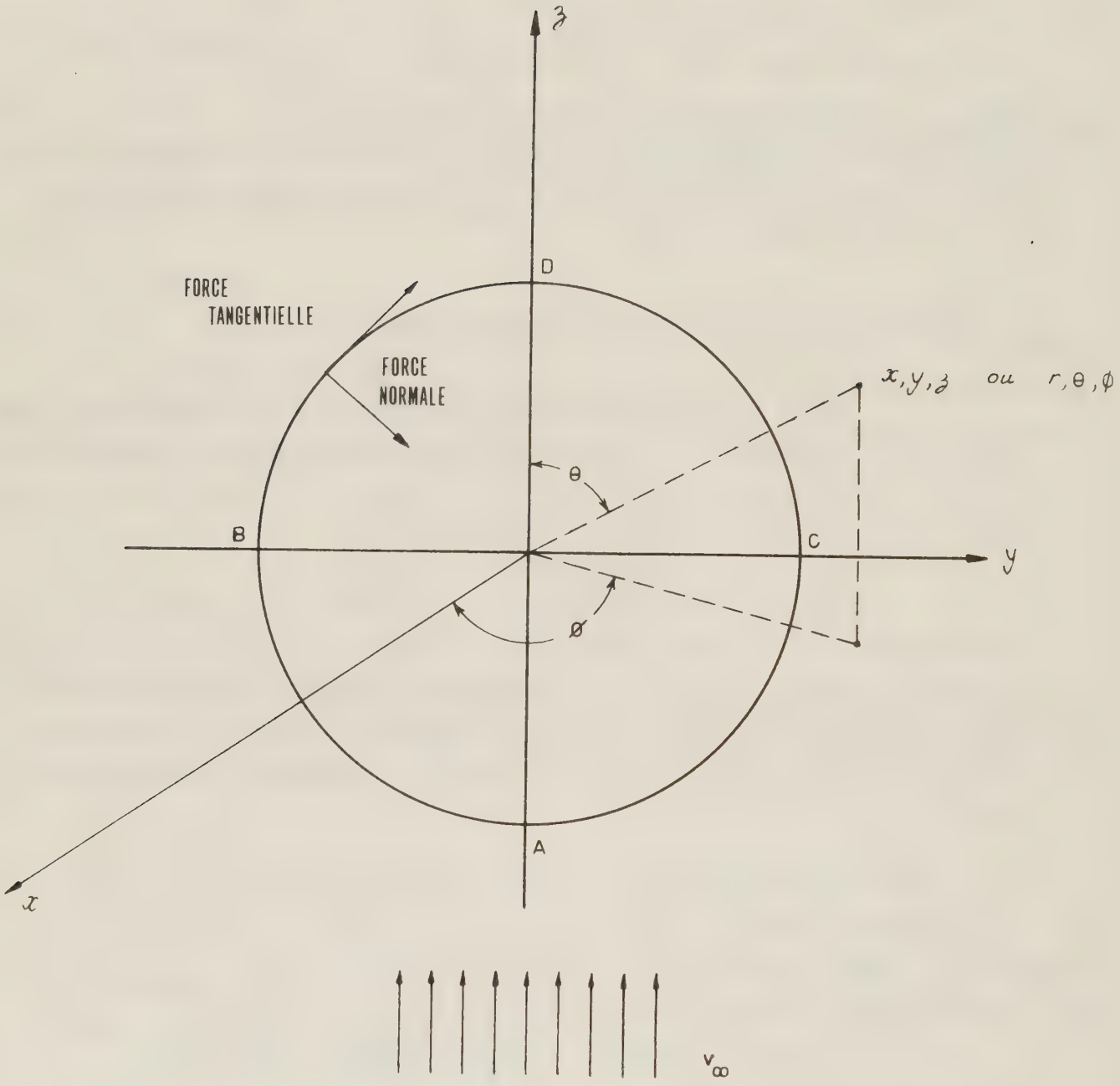


FIGURE 3.1 ECOULEMENT AU VOISINAGE D'UNE SPHERE

Il résulte des équations (3.3) et (3.4) qu'il est nécessaire de connaître la distribution de la pression et de la vitesse dans l'écoulement pour le calcul de la valeur de F_∞. Par conséquent nous sommes amenés à resoudre,pour le problème en question, l'équation de Navier-Stokes. La solution analytique de cette équation est connue dans les deux cas suivants:

a) Ecoulement suffisamment lent, tel que l'on puisse négliger les termes d'inertie. L'équation de Navier-Stokes s'écrit

$$0 = - \underline{\nabla} p - \underline{\nabla} \cdot \underline{\tau} + \rho \underline{g} \qquad (3.5)$$

et à partir de la solution obtenue par Stokes, on déduit l'expression suivante pour F_∞ (BERKER - 1963, p.227)

$$F_\infty = 3\Pi\mu D v_\infty \qquad (3.6)$$

On vérifie expérimentalement que le résultat exprimé par l'équation (3.6) est valable pour un nombre de Reynolds R_e,

$$Re = \frac{D v_\infty \rho}{\mu} \qquad (3.7)$$

jusqu'à 0,5 environ.

b) Ecoulement encore lent, dans lequel les termes d'inertie de l'équation de Navier-Stokes sont partiellement pris en compte. Il en résulte la forme linéaire d'Oseen (SCHLICHTING–1960,p.97)

$$\rho v_\infty \underline{k} \cdot \underline{\nabla} \underline{\omega} = - \underline{\nabla} p - \underline{\nabla} \cdot \underline{\tau} + \rho \underline{g} \qquad (3.8)$$

dans laquelle la vitesse $\underline{v}$ est exprimée sous la forme

$$\underline{v} = v_\infty \underline{k} + \underline{\omega}$$

$\underline{k}$ étant le vecteur unitaire de direction $\underline{z}$

La solution des équations (3.8) a été obtenue par Goldstein, qui a trouvé l'expression suivante pour la force F_∞ (GOLDSTEIN – 1965, vol.II, p. 492):

$$F_\infty = C_D \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \right) \qquad (3.9)$$

où le coefficient de traînée C_D, grandeur adimensionnelle, est la série fonction du nombre de Reynolds Re

$$C_D = \frac{24}{Re} \left\{ 1 + \frac{3}{16} Re - \frac{19}{1280} Re^2 + \frac{71}{20480} Re^3 - \ldots \right\} \qquad (3.10)$$

On vérifie expérimentalement que l'équation (3.10) est valable pour un nombre de Reynolds jusqu'à 2. Pour des nombres de Reynolds plus importants la série converge lentement, ou même diverge. Le premier terme de la série correspond à la solution de Stokes.

En dehors des deux situations présentées, la force de traînée que le fluide exerce sur la sphère peut être calculée à partir de l'équation (3.9) à l'aide des données expérimentales qui relient le coefficient de traînée et le nombre de Reynolds, comme indiqué dans la figure 3.2 (SCHLICHTING – 1960, p.16).

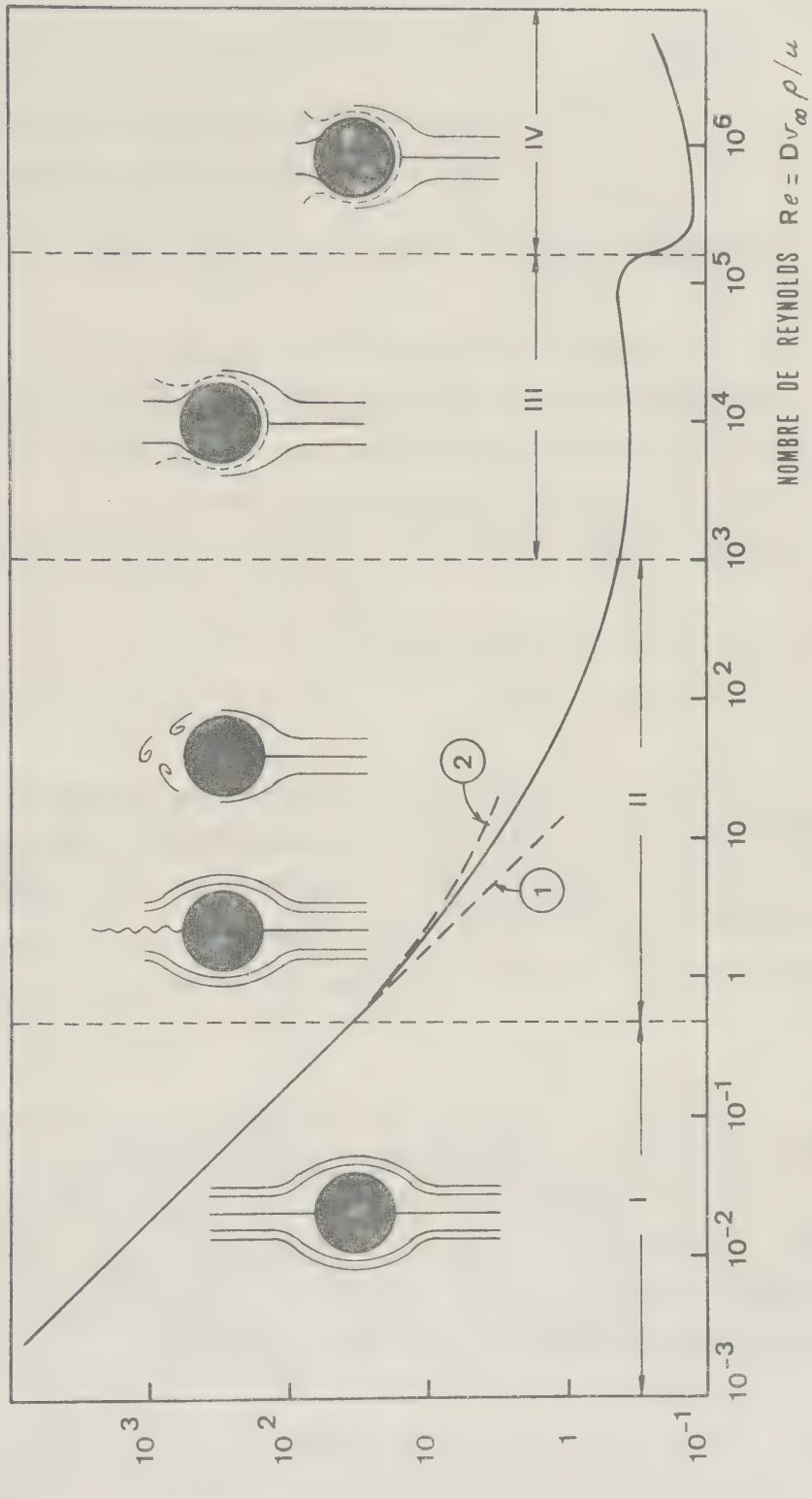


FIGURE 3.2 COEFFICIENT DE TRAINEE POUR UNE SPHERE LISSE ; LA COURBE 1 REPRESENTE LA SOLUTION DE STOKES ET LA COURBE 2 LA SOLUTION DE GOLDSTEIN.

Sur cette figure sont présentées quatre régions et les formes de l'écoulement qui caractérisent ces régions:

Région 1: $Re < 0,5$

La théorie de Stokes est applicable. Les lignes de courant sont symétriques par rapport au centre de la sphère. Le coefficient de traînée est donné par la formule:

$$C_D = \frac{24}{Re} \qquad (3.11)$$

Région 2: $0,5 < Re < 10^3$

Dans la mesure où le nombre de Reynolds augmente, les lignes de courant cessent d'être symétriques par rapport au centre de la sphère: les effets d'inertie se font sentir. Il s'ensuit le décollement de la couche limite au voisinage de l'équateur de la sphère et la formation d'une traînée avec tourbillons alternés.

A partir de $R_e = 150$ on vérifie le début de la turbulence dans la traînée, la couche limite étant encore laminaire; pour $R_e \approx 300$ la turbulence dans la traînée est complète. Ces résultats se refèrent, en réalité, au cylindre et non à la sphère (TRUCKENBRODT, 1968, p.409); mais la configuration des écoulements au voisinage de ces deux corps est semblable.

Plusieurs expressionsempiriques du facteur de traînée C_D sont connues (BIRD et coll. - 1960, p.194; COULSON et RICHARDSON - 1968, vol.II, p.140), tels que

$$C_D = 18{,}5/Re^{0,6} \quad , \quad 2 < Re < 5.10^2 \qquad (3.12)$$

et

$$C_D = \frac{24}{Re}\left[1 + 0{,}15\ Re^{0,687}\right] \quad , \quad 0{,}2 < Re < 10^3 \qquad (3.13)$$

Région 3: $10^3 < Re < 2 \times 10^5$

La couche limite adjacente à la sphère continue à être laminaire et la traînée est constituée de petits tourbillons.

Le coefficient de traînée se maintient

$$C_D \simeq 0{,}44 \qquad (3.14)$$

Il résulte de l'équation (3.9) que la force de traînée exercée sur la sphère est proportionnelle au carré de la vitesse (loi de Newton).

Région 4: $Re > 2 \times 10^5$

Le début de la turbulence dans la couche limite adjacente à la sphère provoque le déplacement du point de décollement dans le sens de l'écoulement, ce qui entraîne une chute de la valeur du coefficient de traînée. C_D atteint la valeur approximative de 0.1 et commence à croître lentement avec le nombre de Reynolds.

Résumons les conclusions les plus importantes de ce paragraphe:

a) Le coefficient de traînée peut être exprimé en fonction du nombre de Reynolds

$$C_D = \frac{24}{Re}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n Re^n\right] , \quad Re < 2.10^5 \qquad (3.15)$$

où les a_i sont des constantes. Cette équation comprend les équations (3.11), (3.13) et (3.14) ;

b) Les effets d'inertie se font sentir à partir de $Re > 0,5$;

c) La turbulence dans la traînée commence pour $Re \simeq 150$;

d) La turbulence de la couche limite commence pour $Re \simeq 2 \times 10^5$, entraînant une forte réduction du coefficient de traînée.

3.3 Ecoulement en milieu poreux

Les résultats du paragraphe (3.2) se rapportent à l'écoulement au voisinage d'une sphère lisse, placée dans un milieu fluide infini, soumise à un champ de vitesse uniforme et laminaire. Ces mêmes conditions ne se vérifient pas pour les particules qui constituent un milieu poreux; en général, elles ne sont ni sphériques ni lisses et le champ de vitesse ne peut pas être considéré comme uniforme ou même laminaire (pour des hautes vitesses de percolation), dès que la présence de chaque particule modifie substantiellement la configuration de l'écoulement. Voyons, à présent, quelques informations résultats de recherches bibliographiques et qui permettent de modifier les conclusions du paragraphe (3.2) dans le sens d'une extension possible à l'écoulement dans un milieu poreux.

a) Effet de la rugosité

Pour une couche limite laminaire et pour un même nombre de Reynolds, le coefficient de traînée C_D relatif à une sphère rugueuse est plus grand que celui pour une sphère lisse (SHAPIRO - 1968).

Mais la rugosité de la sphère fait que le début de la turbulence dans la couche limite se produit pour un nombre de Reynolds inférieur et avec une chute moins sensible de la valeur de C_D. A mesure que la rugosité augmente, cette chute a tendance à disparaître (GOLDSTEIN -1965, vol. II, p. 503).

b) Effet de non sphericité

Le coefficient de traînée relatif à une particule non sphérique dépend de sa géométrie et de son orientation par rapport à l'écoulement. Le graphe C_D en fonction du nombre de Reynolds a la même forme que celui présenté sur la figure 3.2 pour des particules sphériques.

Cependant, les valeurs de C_D sont plus grandes (COULSON et RICHARDSON -1968, vol. II, p. 148).

c) Effet de la présence d'autres corps dans la proximité de la sphère

L'influence sur le coefficient de traînée de la sphère due à la présence d'une surface cylindrique ou plane à proximité de celle-ci est bien connue dans le cas d'écoulement de Stokes (BIRD et coll. - 1960, p.206; BERKER -1963, p.245):

$$C_D = \frac{24}{Re}\left(1 + 2{,}1\ \frac{R}{R_t}\right) \qquad (3.16)$$

pour une sphère de rayon R placée dans l'axe de tube cylindrique de rayon R_t et

$$C_D = \frac{24}{Re}\left[1 + \frac{9}{8}\ R\left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}\right)\right] \qquad (3.17)$$

pour la sphère dont le centre est placé aux distances ℓ_1 et ℓ_2 de deux surfaces planes parallèles.

Les équations (3.16) et (3.17) diffèrent de l'équation (3.11) relative à la sphère dans un milieu infini, par un facteur de forme multiplicatif.

SUSSKIND et BERKER (1967) ont étudié l'écoulement à travers plusieurs ensembles de sphères homogènes, géométriquement ordonnées suivant le système rhomboédrique, différenciés par le diamètre des sphères et par la distance entre elles. A travers les données expérimentales obtenues par ces auteurs il est possible d'estimer le coefficient moyen de traînée pour chaque particule en fonction du nombre de Reynolds calculé en fonction de la vitesse interstitielle du fluide. Les conclusions de cette analyse sont:

i) la forme du graphe de C_D en fonction du nombre de Reynolds est semblable à celle relative à la sphère dans un milieu infini (figure 3.2), mais il ne présente pas de chute brusque de C_D pour une valeur de $Re \simeq 2 \times 10^{-5}$.

ii) l'influence d'une sphère sur l'autre provoque une augmentation de la valeur de C_D. A mesure que la distance entre les sphères décroît, la valeur de C_D augmente: cette différence est très nette hors de l'écoulement de Stokes.

d) Effet de la turbulence

La turbulence dans le courant du fluide occasionne une augmentation de la valeur du coefficient de traînée (COULSON et RICHARDSON – 1968, vol. II, p. 145) et provoque celle de la couche limite pour un nombre de Reynolds inférieur (GOLDSTEIN – 1965, vol. II, p.499).

De cette analyse l'expression suivante, pour le coefficient de traînée relatif à une particule constituant le milieu poreux, semble acceptable:

$$C_D = \frac{\alpha_0}{Re^*} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \, Re^{*n} \right] \qquad (3.18)$$

où α_i sont des coefficients qui dépendent de la géométrie du milieu

et

$$Re^* = \frac{D^* q_z \rho}{\mu} \qquad (3.19)$$

D^* étant un diamètre équivalent et q_z la composante de la vitesse de filtration q dans la direction de l'écoulement.

L'équation (3.18) constitue une modification de l'équation (3.15), valable pour une sphère lisse dans un milieu fluide infini, par l'intermédiaire de facteurs géométriques.

L'équation (3.9) peut s'écrire, pour une particule du milieu poreux, sous la forme

$$F = \beta D^{*2} \rho q_z^2 C_D$$

où β est un facteur géométrique.

Donc, la force de traînée sur chaque particule est

$$F = \beta D^{*2} \rho q_z^2 \frac{\alpha_0}{Re^*} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n Re^{*n} \right] \qquad (3.20)$$

En substituant l'équation (3.20) dans l'équation (3.1) et en prenant pour le volume V_p d'une particule l'expression

$$V_p = \gamma D^{*3}$$

où γ est un facteur géométrique on obtient:

$$m_z = -\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) = \frac{\beta \alpha_0}{\gamma} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\rho q_z^2}{D^*} \frac{1}{Re^*} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n Re^{*n} \right] =$$

$$= \frac{\beta \alpha_0}{\gamma} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\mu q_z}{D^{*2}} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left(\frac{D^* q_z \rho}{\mu} \right)^n \right] \qquad (3.21)$$

En prenant seulement le premier terme de la somme, on obtient une équation de la même forme que l'équation de FORCHEIMER,

$$-\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) = \frac{\beta\alpha_0}{\gamma} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\mu q_z}{D^{*2}} \left[1 + \alpha_1 \frac{D^* q_z \rho}{\mu}\right] \quad (3.22)$$

que nous utiliserons dans l'analyse qui suit.

Dans le cas d'écoulement suffisamment lent, l'équation (3.22) doit vérifier l'équation de Darcy, soit:

$$k = \frac{\gamma}{\beta\alpha_0} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)} D^{*2}$$

Par conséquent:

$$D^* = \left(\frac{\beta\alpha_0}{\gamma}\right)^{1/2} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \sqrt{k} \quad (3.23)$$

En substituant l'équation (3.23) dans l'équation (3.22), on obtient

$$-\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) = \frac{\mu q_z}{k} \left[1 + \phi \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{k}\, q_z \rho}{\mu}\right] \quad (3.24)$$

où

$$\phi = \alpha_1 \left(\frac{\beta\alpha_0}{\gamma}\right)^{1/2} \quad (3.25)$$

est un facteur adimensionnel qui dépend des propriétés géométriques du milieu poreux.

En absence d'une connaissance plus approfondie de l'écoulement à travers les milieux poreux, nous sommes amenés à réaliser des expériences pour determiner ϕ. Comme on le verra dans les conclusions du chapitre VIII, on note que ϕ dépend seulement de la perméabilité du milieu.

L'équation (3.24) peut être écrite sous la forme adimensionnelle

$$f_k = \frac{1}{Re_k} + c \qquad (3.26)$$

où f_k, coefficient de frottement pour le milieu poreux, est donné par

$$f_k = \frac{-\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) k^{1/2}}{q_z^2 \rho} \quad , \qquad (3.27)$$

le nombre de Reynolds Re_k est défini par

$$Re_k = \frac{k^{1/2} q_z \rho}{\mu} \qquad (3.28)$$

et la constante c, qui dépend de la géométrie du milieu poreux, est

$$c = \phi(k)\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \qquad (3.29)$$

L'équation (3.28) est une des innombrables définitions du nombre de Reynolds trouvées dans la littérature, rélatif aux milieux poreux (WARD, 1964). La dimension caractéristique est la racine carrée de la perméabilité, qui est la grandeur qui spé-

cifie parfaitement la géométrie du milieu poreux dans l'écoulement darcyen. Cette définition est particulièrement commode dans le cas des milieux consolidés, parce que pour ceux-là il est difficile de mesurer les dimensions d'une particule.

3.4 Régimes d'écoulement en milieu poreux

Les expériences de visualisation en modèle bidimensionnel, rapportées par CHAUVETEAU et THIRRIOT (1967) , et les expériences effectuées par WRIGHT (1968) avec un anémomètre à fil chaud montrent que, comme dans l'écoulement au voisinage d'une sphère, les régimes suivants se produisent à mesure que le débit augmente:

a) Ecoulement laminaire régi par les forces visqueuses. Il se caractérise par une linéarité entre la chute de pression et le débit: loi de Darcy.

Nous choisirons le critère suivant: quand l'expression ..... $f_k Re_k = 1 + Re_k c$ dévie de plus de 5% de 1, nous dirons que l'écoulement n'est plus de Darcy. Il en découle la valeur du Reynolds critique:

$$Re_k = \frac{0,05}{c} \qquad (3.30)$$

b) Ecoulement laminaire dans lequel les effets d'inertie se font sentir. La déviation par rapport à la loi de Darcy s'accentue continuellement, quand le débit augmente.

c) L'écoulement est laminaire en certains points du milieu poreux

et turbulent en d'autres.

Suivant les auteurs cités ci-dessus, ce régime prend naissance approximativement pour

$$Re_k = 0,8 \qquad (3.31)$$

d) L'écoulement est franchement turbulent. Ce régime s'établit approximativement suivant les auteurs cités pour

$$Re_k = 3 \qquad (3.32)$$

Les valeurs exprimées par les équations (3.31) et (3.32) doivent être prises seulement comme points de référence approximatifs; la transition de régime n'est pas nette et est fonction de la géométrie.

Lors de l'établissement de l'équivalence entre notre nombre de Reynolds Re_k et celui défini par CHAUVETEAU et THIRRIOT (1967) et par WRIGHT (1968) nous avons fait usage de l'équation (2.7) dans laquelle nous avons supposé $\varepsilon = 0,40$.

3.5 Extension des résultats pour l'écoulement en milieu hétérogène, écoulement non isotherme, écoulement d'un fluide non newtonien, ou écoulement en milieu anisotrope.

Il résulte de l'équation (3.24) et des considérations faites dans le paragraphe (1.3) que la force résistive $\underline{m}$ pour l'écoulement isotherme d'un fluide newtonien dans un milieu poreux homogène est donné par l'équation:

$$\underline{m} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{\phi(k)}{k^{1/2}}\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \rho||\underline{q}||\right]\underline{q} \qquad (1.48)$$

L'extension intuitive de ce résultat pour l'écoulement à travers de milieu hétérogène est

$$\underline{m} = \left\{ \frac{\mu}{k(\underline{x})} + \frac{\phi[k(\underline{x})]}{\left[k(\underline{x})\right]^{1/2}} \cdot \left[\frac{1-\varepsilon(\underline{x})}{\varepsilon(\underline{x})}\right]^{1/2} \rho||\underline{q}|| \right\} \underline{q} \qquad (3.33)$$

où $k(\underline{x})$ est la fonction perméabilité et $\varepsilon(\underline{x})$ la fonction porosité.

Nous montrerons plus tard que l'équation (3.33) est confirmée expérimentalement.

L'extension logique de l'équation (1.48) pour l'écoulement non isotherme de fluide newtonien est:

$$\underline{m} = \left\{ \frac{\mu(\underline{x})}{k} + \frac{\phi(k)}{k^{1/2}} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \rho||\underline{q}|| \right\} \underline{q} \qquad (3.34)$$

Dans le cas de l'écoulement à travers d'un milieu anisotrope ou dans le cas de l'écoulement d'un fluide non-newtonien, l'extension paraît extrêmement compliquée et ne sera pas abordée en détails dans cette thèse. Il semble évident, cependant que, si l'on admet que le tenseur de perméabilité est symétrique et que l'écoulement se fait dans une des directions principales de ce tenseur, on obtient l'équation:

$$m_z = \frac{\mu}{k_{zz}} q_z + \phi(k_{zz}) \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{\rho}{k_{zz}^{1/2}} q_z^2$$

Pour l'écoulement d'un fluide non newtonien, nous proposons la forme

$$\underline{m} = \left\{ \frac{\mu_{eff}}{k} + \frac{\phi(k)}{k^{1/2}} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{1/2} \rho ||\underline{q}|| \right\} \underline{q}$$

où la viscosité effective μ_{eff} doit être fonction de la vitesse de filtration et de la géométrie du milieu.

DEUXIEME PARTIE

MILIEUX CONSOLIDES ARTIFICIELLEMENT

CHAPITRE IV

Préparation des milieux poreux consolidés artificiellement.

4.1 Introduction

La plus grande partie des études effectuées sur l'écoulement de fluides en milieux poreux se limite aux milieux non consolidés et, parmi eux, fréquemment sont utilisés ceux constitués par des sphères lisses et de diamètres uniformes. Mais en réalité, les milieux en rapport avec les problèmes technologiques sont bien plus complexes que ces derniers. La plupart des terrains sont, soit hétérogènes, soit anisotropes et le plus souvent présentent un certain degré de consolidation. Les milieux, obtenus par filtration ou résultant de colmatage, sont fortement hétérogènes. De même, parmi les produits industriels, se trouvent les métaux poreux et les porcelaines et faïences qui sont des milieux consolidés.

De plus il est bien connu que les milieux non consolidés se tassent avec le temps, malgré tous les soins pris durant leur préparation. Ce tassement peut conduire à une forte réduction de la perméabilité. Donc, les milieux consolidés, par la constance de leur géométrie, permettent une expérimentation plus sûre et plus scientifique.

Ces faits nous ont conduit à développer une technique simple et bon marché pour la préparation des milieux consolidés, utilisés dans la partie expérimentale de ce travail. Dans

la mise en oeuvre de cette technique on peut distinguer les etapes suivantes:

a) Addition, en faible quantité à la masse de sable ou d' autre matière, d'un adhésif à base de résine époxide. L'adhésif est vendu pour des fins industrielles et domestiques sous la dénomination araldite.

b) Sable et adhésif sont mélangés jusqu'à obtenir une pâte uniforme, ce qui prend cinq minutes environ.

c) La pâte est placée dans le récipient où sera realisée l'expérimentation par des petites additions successives suivies de tassement uniforme.

d) Puis, la pâte est durcie; la durée normale de durcissement est de douze heures environ à température ambiante ou plus rapidement à des températures elevées (20 minutes environ à 80°C).

La technique développée permet d'obtenir non seulement des milieux homogènes dans une large gamme de porosités et perméabilités, mais aussi des milieux stratifiés, hétérogènes et anisotropes. Les milieux présentent des propriétés mécaniques exceptionnelles: il est possible de scier aisément les échantillons et de les travailler au tour. Quelques milieux ont été employés pendant plus de deux ans soumis à l'écoulement d'eau, air, glycérine, huile lubrifiant du pétrole ou des solutions polymérisées, puis séchés plusieurs fois en étuve à 110°C, sans qu'on ait enrégistré quelque variation de perméabilité, ou perte des propriétés mécaniques.

De plus le milieu étant consolidé dans le système

même où seront réalisées les mesures expérimentales, il n'y a aucun risque de formation de canaux préférentiels près des parois, ce qui peut se produire quand on manipule des milieux consolidés naturels, ou non consolidés.

On remarque que la consolidation du sable avec l'adhésif époxide est employée dans quelques puits de pétrole pour éviter la traînée de particules dans le produit. Dans ce cas l'adhésif est additionné au milieu naturel en solution diluée (HAVENAAR et MEIJS, 1963).

4.2 Mesure des propriétés géométriques des milieux poreux consolidés artificiellement

Nous allons montrer dans ce paragraphe comment on peut déterminer la perméabilité et la porosité qui sont des propriétés géométriques du milieu.

Les dimensions des particules qui constituent le milieu seront, dans le texte, simplement rapportées à l'analyse granulométrique par tamisage.

D'autres propriétés geométriques, comme la surface spécifique par exemple, sont difficiles à connaitre et ne semblent pas importantes pour le but de notre étude et ne seront, donc, pas abordées.

La perméabilité d'un milieu homogène peut être déterminée par la mesure de débit et de chute de pression, suivant l'équation de Darcy:

$$k = \frac{\mu q_z}{-(\Delta P/L)} \qquad (1.20)$$

Cette équation se réfère à l'écoulement suffisamment lent d'un fluide newtonien.

L'air, l'eau et des solutions aqueuses de glycérine ont été employés comme fluides, le premier pour les détérminations de perméabilités faibles et les autres pour des perméabilités élevées. En effet, à cause de la haute viscosité des liquides, ils permettent des mesures plus précises de chute de pression.

L'installation utilisée pour déterminer la perméabilité, est schématisée sur la figure (4.1) et comprend les élements suivants:

a) Un système de mise en mouvement du fluide, constitué d'une soufflerie centrifuge[1] pour l'écoulement de l'air ou d'une pompe péristaltique[2] pour l'écoulement des liquides.

b) Une cellule constituée d'un cylindre métallique, de 4,8cm de diamètre intérieur, lequel contient le milieu poreux, et deux raccords convergents munis de prises de pression.

---

(1) Soufflerie centrifuge modèle HDE-500-M de Gema S.A. (S. Paulo, Brésil) d'une capacité atteignant 1000cm^3/s.

(2) Pompe péristaltique de rotation variable modèle MHRE-72 de Watson Marlow Ltd. (Falmouth, Angleterre) munie de tubes de silicone.

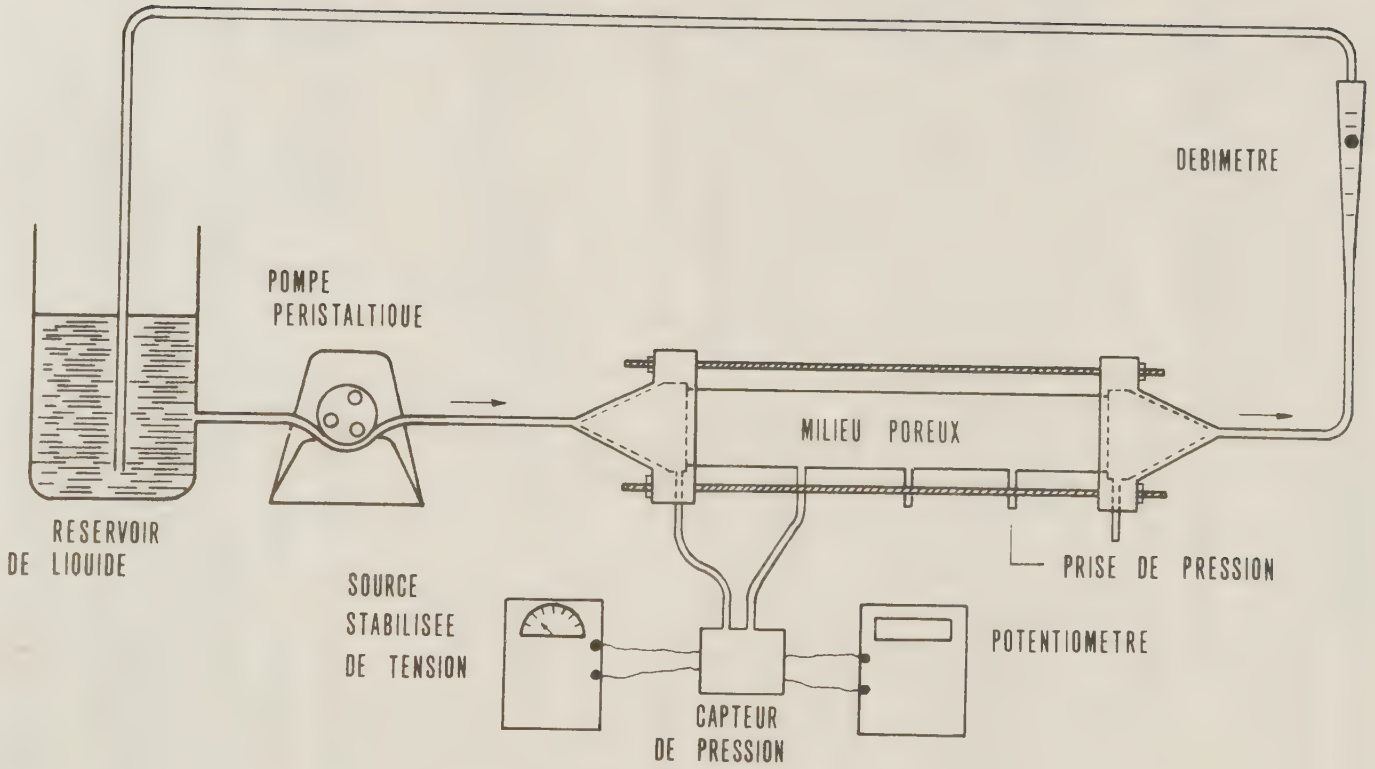


FIGURE 4.1 - SCHEMA DE L'INSTALLATION UTILISEE POUR LA DETERMINATION DE LA PERMEABILITE (ECOULEMENT DE LIQUIDE)

c) Un système de mesure composé d'un débimètre[3], un manomètre différentiel d'eau[4] pour la mesure de pression dans l'écoulement de l'air et un capteur de pression[5] pour les mesures avec des liquides.

On estime que l'erreur relative sur la valeur de la perméabilité obtenue avec cette installation et avec des mesures de viscosité du fluide en viscosimètre à bille [6] est de l'ordre de 5%. Comme la viscosité des fluides est très sensible à la température, l'installation doit être soigneusement maintenue à température constante.

Deux précautions sont nécessaires pour la détermination de la perméabilité: il est essentiel de vérifier la linéarité entre le débit et la chute de pression pour que soit possible l'utilisation de l'équation (1.20) et, dans le cas des liquides, il faut s'assurer de la saturation complète du milieu, sinon la valeur de la perméabilité obtenue est plus basse que dans le réel. La saturation complète est obtenue en faisant le vide dans le milieu poreux avant l'introduction du liquide.

---

(3) Ensemble de débimètres modèle kit-11-164-50 de Fisher and Porter Co. (Pennsylvania, Etats-Unis); mesures avec 2% de précision.

(4) Manomètre de projection de Aerodynamische Versuchsanstalt Göttingen (Göttingen, Allemagne Occidentale) pour mesure de pression différentielle allant jusqu'à 4.10^4 baryes, avec une précision de 5 baryes.

(5) Capteur de pression modèle 1300 de BLH Electronics Inc. (Massachussets, Etats-Unis) pour pression différentielle de 2,5m d'eau. Il opère avec une source stabilisée de tension modèle 30-05 de Brasele S.A. (S.Paulo, Brésil) et un potentiomètre modèle 8690 de Leeds and Northrup Co. (Philadelphia, Etats-Unis). Le système permet des mesures avec 2% de précision.

(6) Viscosimètre à bille modèle B de Gebrüder Haake(Berlin, Allemagne); précision de 1%.

Sur la figure (4.2) nous présentons le graphe du débit en fonction de la chute de pression qui a permis la détermination de la perméabilité d'un milieu poreux de sable (ϕ0,15 à 0,29mm) consolidé avec 5% d'araldite.

La porosité peut être calculée avec l'expression:

$$\varepsilon = \frac{\text{volume du milieu poreux - volume de solide}}{\text{volume du milieu poreux}} \qquad (4.1)$$

Pour la détermination du volume de solide dans l'échantillon poreux nous avons imaginé un picnomètre permettant la saturation complète avec l'eau. Le picnomètre, d'environ 125cm^3 de volume, possède deux "têtes" - (voir figure 4.3): la première est constituée d'un robinet par lequel il est possible de faire le vide dans l'échantillon et d'un petit réservoir qui est relié au picnomètre à travers un deuxième robinet; l'autre "tête" est identique à celle d'un picnomètre classique.

Procédé:

a) L'échantillon de poids M_E et volume V est placé dans le picnomètre sec, auquel on adapte la première "tête"

b) Le vide est fait dans le picnomètre avant d'y introduire l'eau contenue dans le résevoir jusqu'à saturation de l'échantillon;

c) La première tête est retirée et on complète avec de l'eau le volume du picnomètre; la deuxième "tête" est

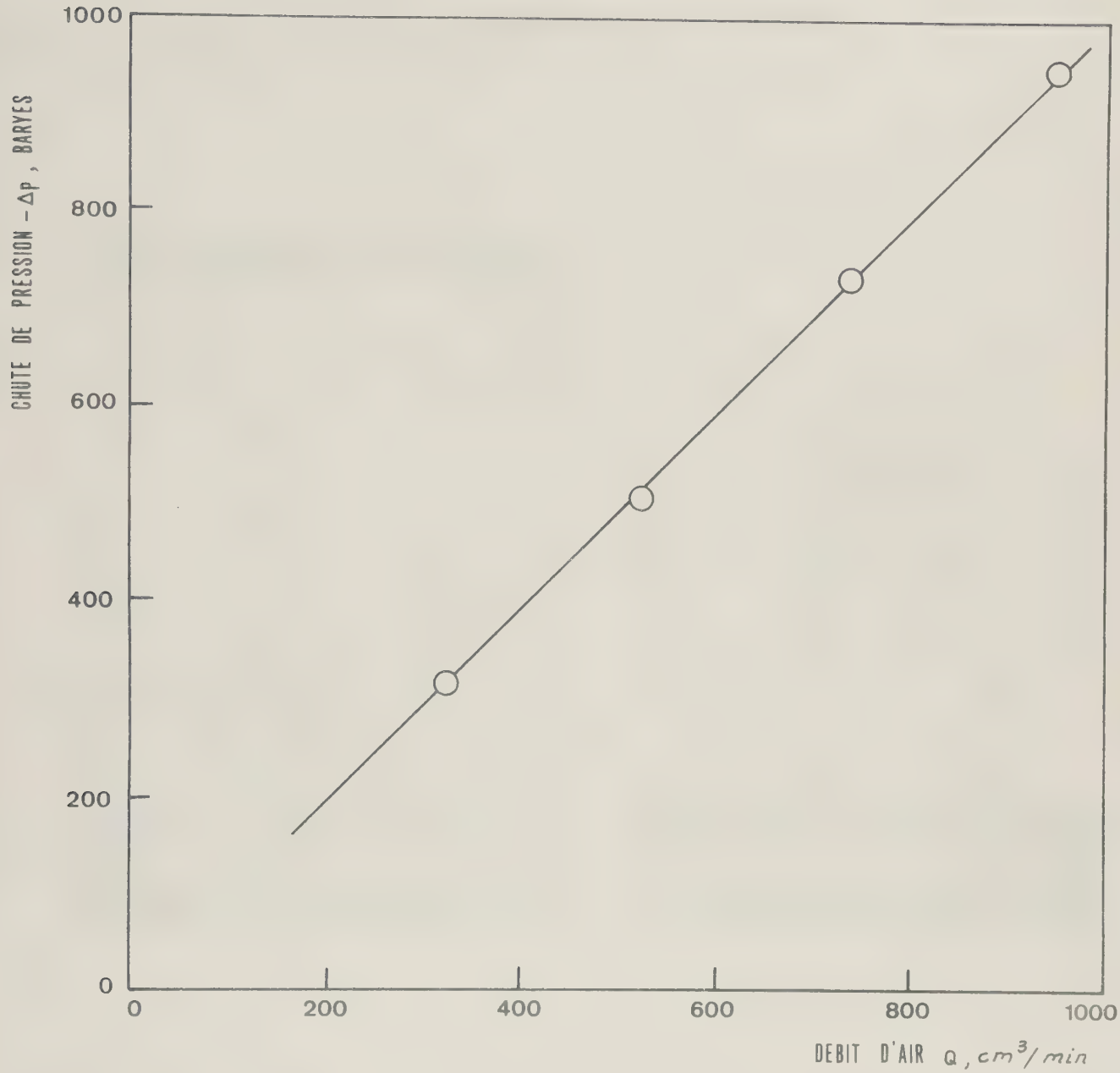


Figure 4.2 - Détermination de la perméabilité: milieu de sable ϕ 0,15 à 0,29mm, 5% araldite, aire de la section transversale 18,1cm², longueur 2cm, 23°C, $k = 3,44 \times 10^{-7} cm^2$

placée sur le système et l'on pèse l'ensemble avec une balance de précision[1]. Soit M_s le poids total.

Le volume de solide est donné par:

$$V_s = (M + M_E - M_s)/\rho \qquad (4.2)$$

où M est la masse du picnomètre (avec la deuxième tête) contenant seulement de l'eau; ρ est la densité de l'eau.

Il résulte:

$$\varepsilon = \frac{V - V_s}{V} \qquad (4.3)$$

On a employé dans nos mesures des échantillons cylindriques de diamètre égal à 3.7cm et de hauteur 4cm environ. Dans ces conditions, l'erreur rélative dans la valeur de la porosité des échantillons de sable consolidé est estimée à 6% pour $\varepsilon > 0{,}30$. L'erreur augmente à mesure que la valeur de la porosité diminue.

4.3 Milieu homogène

La simple application de la technique exposée dans le paragraphe 4.1 conduit à un milieu consolidé homogène.

(1) Balance modèle P 1200 de Mettler Instrument Corporation (New Jersey, Etats-Unis), précision de 0,002g.

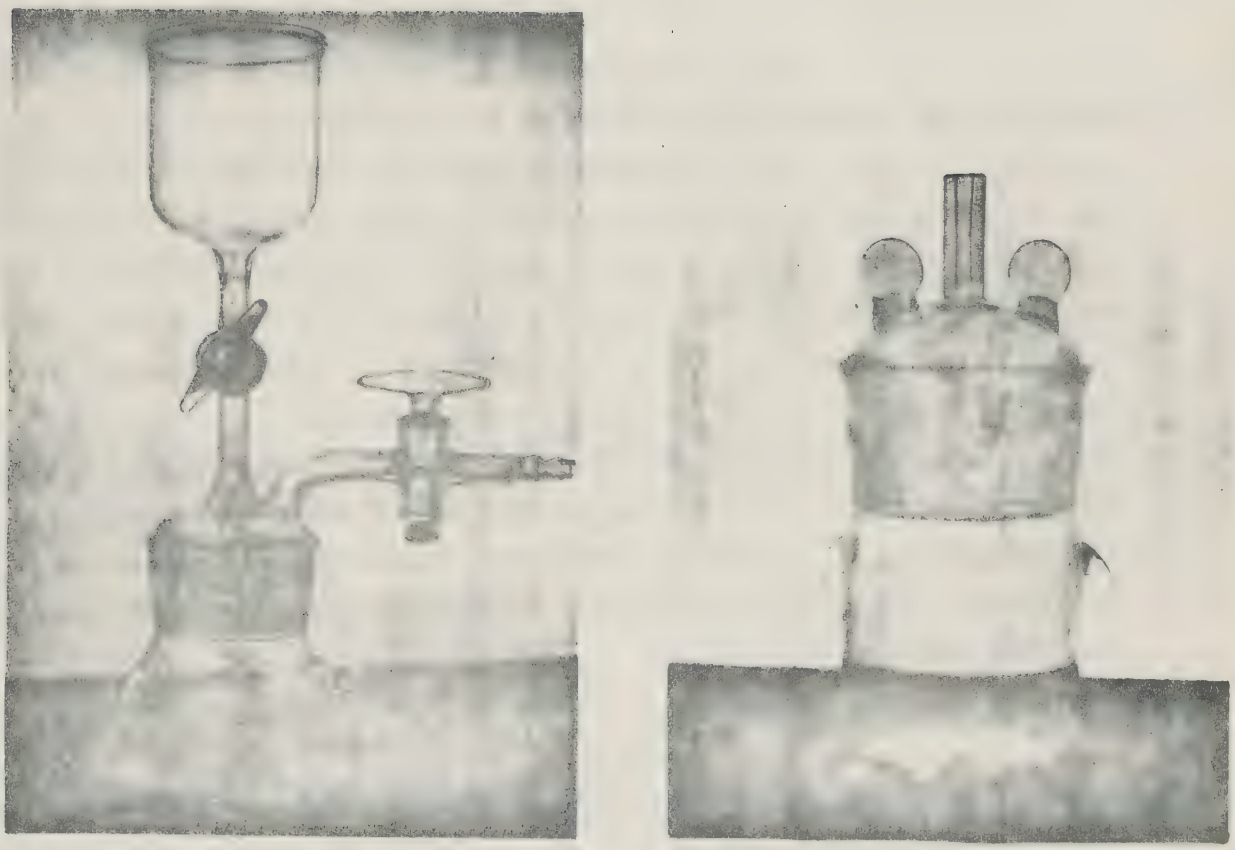


Figure 4.3 - Picnomètre pour la mesure de la porosité d'un milieu consolidé

Ce fait peut être vérifié sur la figure (4.4) qui montre que la perméabilité, le long d'un milieu de 48cm, est constante, parce que la pression varie linéairement avec la distance dans l'ecoulement d'un fluide incompressible. De plus,sur la figure (4.4), nous montrons à l'aide de la mesure de la porosité de plusieurs échantillons retirés du milieu, que cette propriété peut être considerée constante le long de ce milieu.

Nous présentons au tableau 4.1 quelques résultats relatifs à la perméabilité et à la porosité de milieux de sable, consolidés avec 5% d'araldite. Les milieux ont été préparés par des techniciens différents à des époques diverses avec du sable tiré d'un même local (Ilha do Fundão, Rio de Janeiro). Les résultats montrent que la technique conduit à une bonne reproductibilité en ce qui concerne les propriétés géométriques des milieux.

Nous avons vérifié que l'influence de l'adhésif sur les propriétés géométriques des milieux est faible pour des additions inférieures à 5%: l'adhésif enveloppe les grains de sable en mince couche et le milieu se consolide suivant des petites surfaces de contact entre les grains.

A mesure que le pourcentage d'adhésif additionné croît, la structure du milieu se modifie substantiellement; il en résulte une forte réduction de la perméabilité et de la porosité, comme indiqué au tableau (4.2).

Un milieu consolidé de faible porosité mais de perméabilité relativement élevée, peut être obtenu par l'addition d'adhésif à un sable de distribution granulométrique etalée,comme on peut l'observer au tableau (4.3).

Il nous a semblé intéressant d'essayer de prévoir les propriétés géométriques des milieux consolidés artificielle - ment, à partir de la connaissance des dimensions des particules et du pourcentage d'adhésif additionées à celles-ci. Nous limi - terons l'analyse aux milieux constitués de particules à granulo - métrie pratiquement uniforme.

La théorie de Blake-Kozeny nous conduit à écrire l'équation suivante pour la perméabilité:

$$k = c \frac{D_m^2 \varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \qquad (4.4)$$

Dans cette équation nous prendrons comme dimension caractéristi - que des particules D_m la moyenne arithmétique des ouvertures des deux tamis qui ont permis la séparation du solide. Les données présentées aux tableaux (4.1) et (4.2) nous permettent d'estimer une valeur moyenne de la constante adimensionelle c,

$$c = 4{,}3 \times 10^{-3}$$

avec un écart type de $0{,}4 \times 10^{-3}$, calculé avec 28 points expéri - mentaux.

Dans le contexte de la théorie de Blake-Kozeny,la constante c pour les milieux constitués de sphères de diamètre D_m est sensiblement égale à $5{,}5 \times 10^{-3}$. Comme l'on pouvait s'y at- tendre la valeur de c pour nos milieux consolidés est plus petite que celle d'un milieu de sphères, à cause de la non sphéricité des grains de sable et de l'addition d'adhésif.

L'estimation de la valeur de la perméabilité à travers l'équation (4.4) implique la connaissance de la porosité.

Dans l'hypothèse où l'adhésif remplit simplement une partie des pores du milieu tout en ne changeant pas son volume global, on obtient:

$$\varepsilon = 1 - (1-\varepsilon_0)\left(1 + \frac{m_a}{100} \cdot \frac{\rho_p}{\rho_a}\right) \qquad (4.5)$$

où ε_0 est la porosité du milieu sans adhésif, ρ_p la masse spécifique effective des particules, m_a le pourcentage pondéral d'adhésif et ρ_a sa masse spécifique. L'hypothèse formulée est vérifiée d'une façon satisfaisante comme le montre le tableau (4.2). La masse spécifique d'adhésif durci est de 1,2g/cm^3 et celle du sable est de 2,5g/cm^3.

Voyons quelques aspects de la structure des milieux consolidés artificiellement. Sur la figure (4.5) nous présentons une photographie d'un milieu poreux de sable consolidé avec l'araldite, obtenue au microscope électronique de balayage ("Steresoscan Scanning Electron Microscope", type 96.113, Mark 2A, Cambridge Instrument Company Limited, Angleterre). Pour obtenir un meilleur contraste de la photographie, le milieu a été saturé par un alliage métallique, de faible point de fusions, de composition suivante: Bi - 50%, Pb - 26,7%, Sn - 13,3% et Cd - 10,0% (LYMAN, 1961, p. 864). La région claire de la photographie correspond au métal donc, aux pores, et la région sombre correspond au squelette sable-araldite. Il est à noter que la structure de

nos milieux consolidés ressemble beaucoup à certains agglomérats sableux naturels (KATZ - 1959, p.37).

Pour avoir une idée de la distribution des dimensions des pores d'un échantillon de milieux consolidés artificiellement, nous présentons sur la figure (4.6) quelques résultats obtenus par la méthode de l'injection de mercure (SCHEIDEGGER, 1960, p.62).

Les graphes font apparaître une porométrie régulièrement étalée.

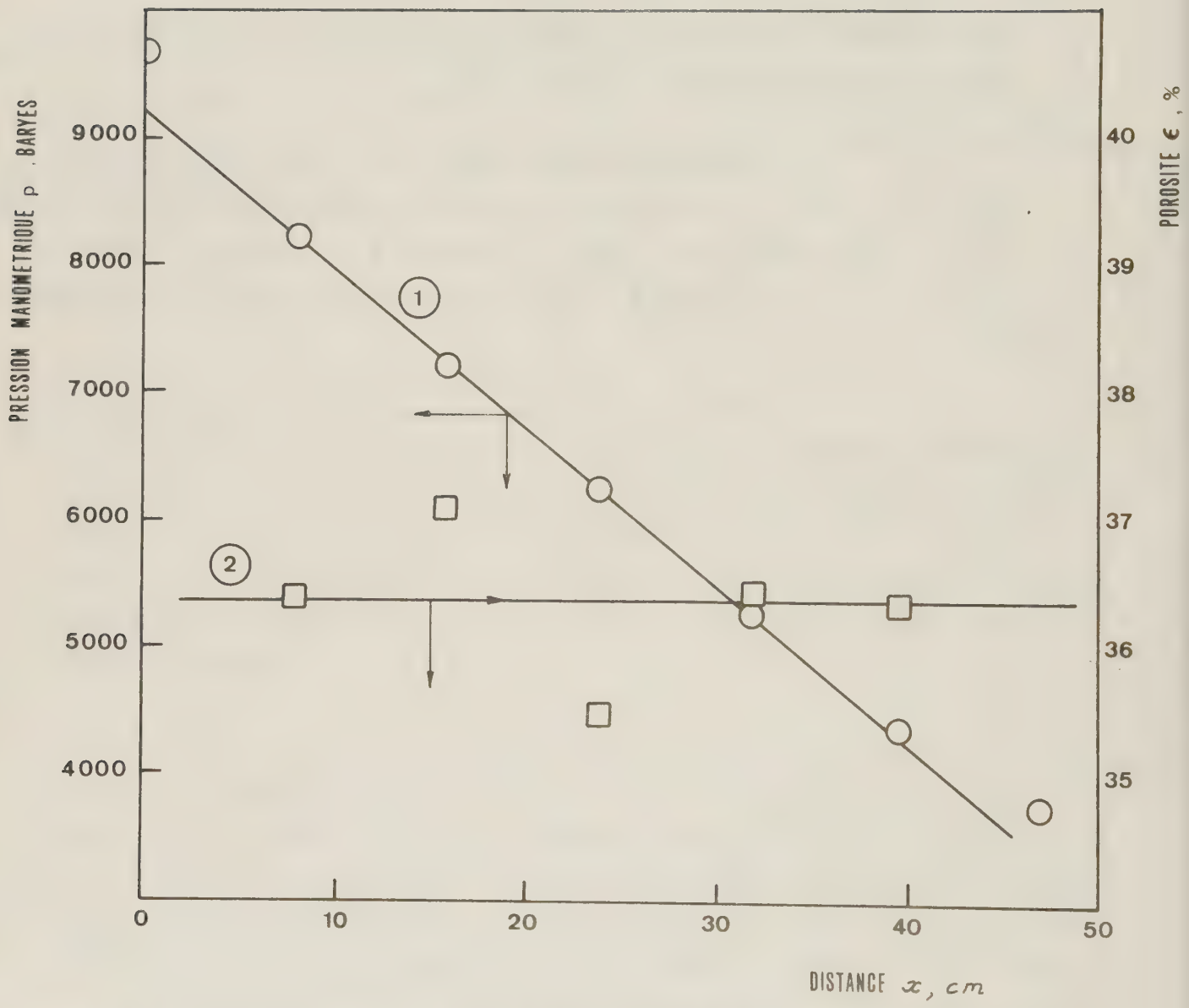


Figure 4.4 - Milieu homogène de sable (ϕ0,59 à 1,17mm) consolidé avec 5% d'araldite.

Courbe 1 - Distribution de pression pour une vitesse de filtration de 0,405 cm/s d'air, ce qui donne une perméabilité moyenne de $4,3 \times 10^{-6} cm^2$.

Courbe 2 - Distribution de porosité, déterminée avec des échantillons de 1,7cm de longueur, ce qui donne une porosité moyenne de 36,4%.

Tableau 4.1

Perméabilité et porosité des milieux poreux de sable (Ilha do Fundão, Rio de Janeiro) consolidés avec 5% d'araldite (pourcentage pondéral relatif au sable)

Tamis (système Tyler)	Diamètre moyen, D_m (mm)	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε, %	$c = \frac{k(1-\varepsilon)^2}{D_m^2 \varepsilon^3}$
8 - 9 (ϕ1,98 à 2,36mm)	2,17	$4,2 \times 10^{-5}$	45,3	$2,9 \times 10^{-3}$
		$4,5 \times 10^{-5}$	45,0	3,2
		$3,2 \times 10^{-5}$	39,0	4,3
		$3,7 \times 10^{-5}$	42,5	3,4
9 - 14 (ϕ1,17 à 1,98mm)	1,57	$2,2 \times 10^{-5}$	42,0	4,1
		$3,4 \times 10^{-5}$	45,0	4,6
		$1,4 \times 10^{-5}$	35,0	5,7
		$1,8 \times 10^{-5}$	40,0	4,1
		$1,7 \times 10^{-5}$	40,0	3,9
14 - 28 (ϕ0,59 à 1,17mm)	0,88	$2,4 \times 10^{-6}$	40,0	1,8
		$3,1 \times 10^{-6}$	41,0	2,1
		$3,4 \times 10^{-6}$	40,6	2,4
		$3,9 \times 10^{-6}$	41,0	2,2
		$4,3 \times 10^{-6}$	36,4	4,7
28 - 35 (0,42 à o,59mm)	0,50	$2,3 \times 10^{-6}$	41,0	4,6
		$3,5 \times 10^{-6}$	40,0	7,9
		$1,5 \times 10^{-6}$	42,0	2,7
		$5,6 \times 10^{-7}$	35,6	2,6

Tableau 4.1 - (suite)

Tamis (système Tyler	Diamètre moyen, D_m (mm)	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε, %	$c = \frac{k(1-\varepsilon)^2}{D_m^2 \varepsilon^3}$
35 - 48 (0,29 à 0,42mm)	0,35	$1,3 \times 10^{-6}$	43,0	4,3
48 - 100 (ϕ0,15 à o,29mm)	0,22	$3,4 \times 10^{-7}$ $6,2 \times 10^{-7}$	36,5 42,0	5,8 5,8
100 - 200 (ϕ0,07 à 0,15mm)	0,11	$9,0 \times 10^{-8}$ $6,3 \times 10^{-8}$	39,0 40,0	5,2 2,9

Tableau 4.2

Influence du pourcentage d'araldite sur les propriétés géométriques d'un milieu de sable (Ilha do Fundão, Rio de Janeiro) à granulométrie pratiquement uniforme.

% d'araldite pondéral relatif au sable	Perméabilité k, cm^2	Porosité expérimentale ε, %	$c = \frac{k(1-\varepsilon)^2}{D_m^2 \varepsilon^3}$	Porosité calculée (équation 4.5)
0	$9,7 \times 10^{-7}$ *	47	$5,2 \times 10^{-3}$	---
5	$6,2 \times 10^{-7}$	42	$5,8 \times 10^{-3}$	41
10	$3,7 \times 10^{-7}$	39	$4,7 \times 10^{-3}$	36
15	$2,4 \times 10^{-7}$	32	$6,9 \times 10^{-3}$	30
20	$1,2 \times 10^{-7}$	26 *	$7,7 \times 10^{-3}$	24

* Résultats obtenus par extrapolation.

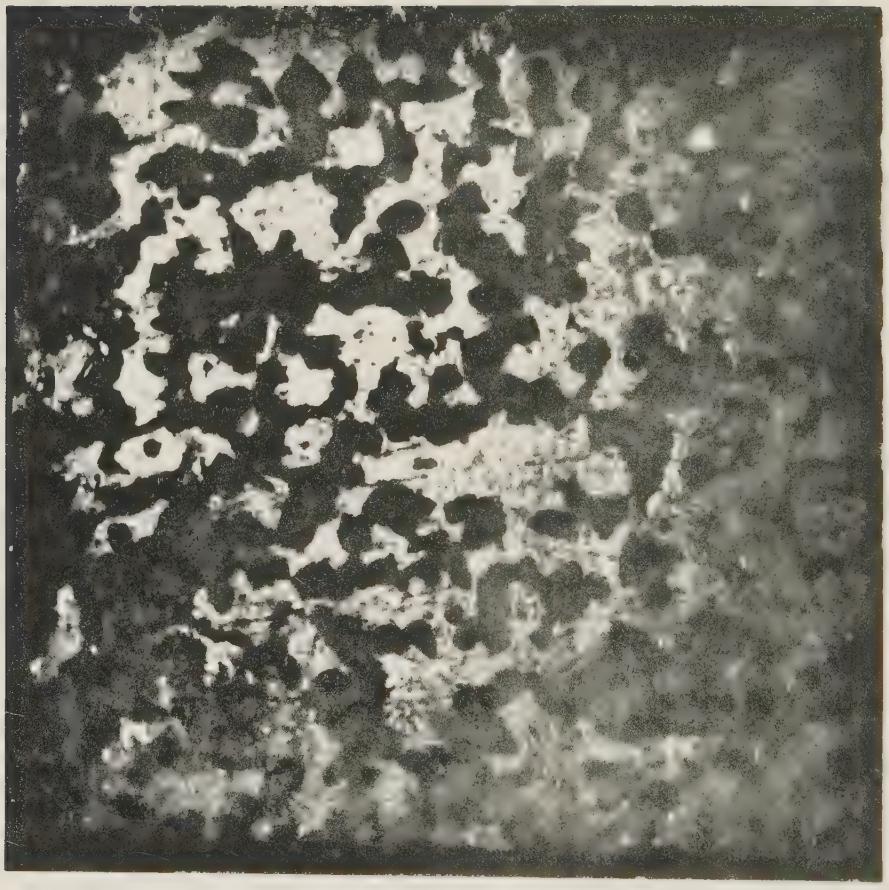


Figure 4.5 - Structure d'un milieu consolidé artificiellement. La région claire représente les pores et la région sombre le squelette de sable et l'araldite. (Milieu de sable de ϕ0,07 à 0,15mm, 7% d'araldite. grossissement 25x au microscope électronique.)

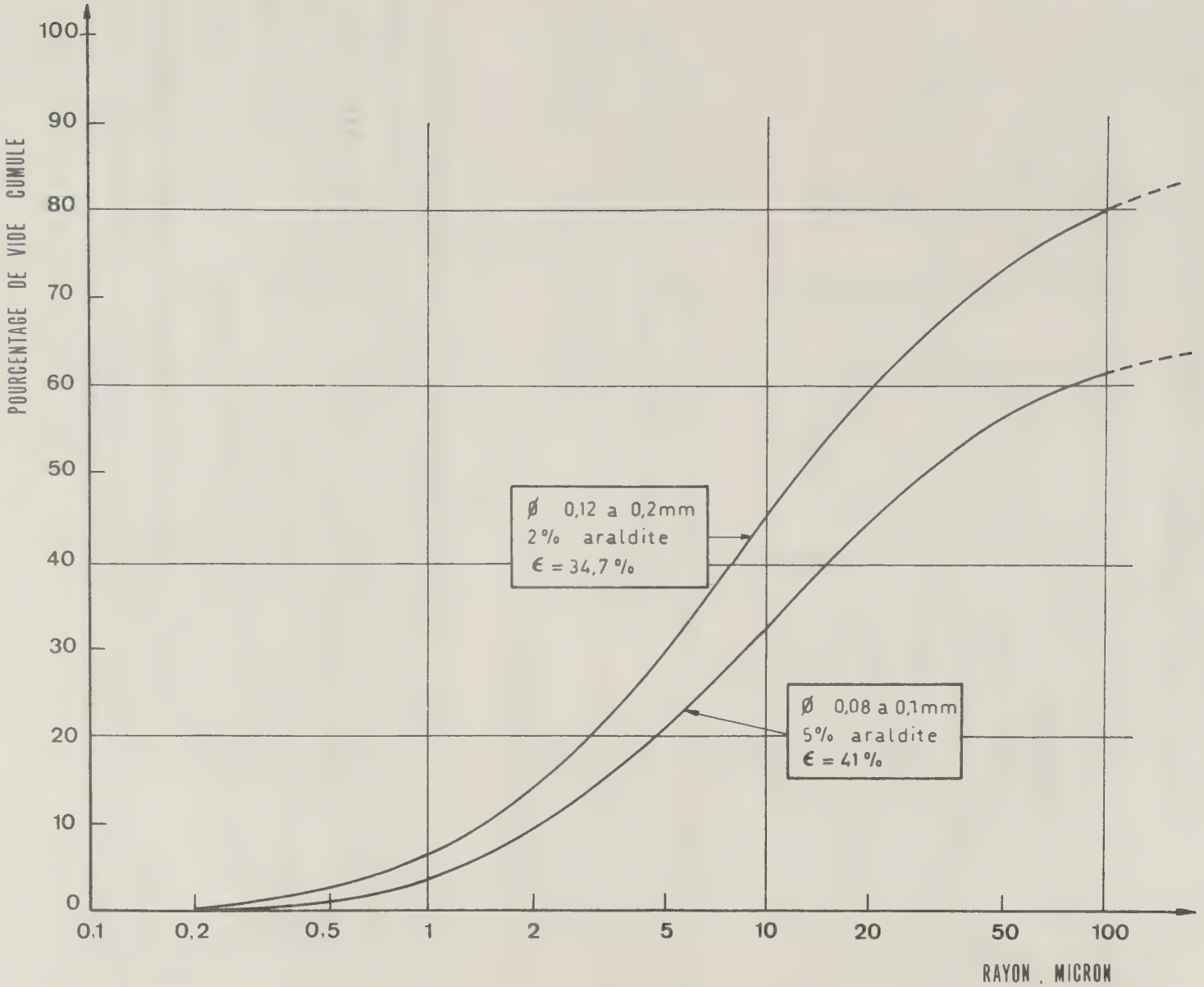


FIGURE 4·6 COURBES PAROMETRIQUES DE MILIEUX POREUX CONSOLIDES ARTIFICIELLEMENT (OBTENUES AVEC L'APPAREIL PURCELL PAR M. BORIES).

Tableau 4.3

Milieu poreux de faible porosité et perméabilité élevée (10% d'araldite)

Tamisage (système Tyler)	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε ,(%)
9 -14 : 5,47% 14-28 :32,92% 28-35 :37,65% 35-48 : 9,78% 48-100:12,40% 100-200:1,73%	$2,2 \times 10^{-7}$	20,2

4.4 Milieu stratifié

La technique de consolidation avec l'araldite permet d'obtenir facilement des milieux stratifiés: après le durcissement de la première couche de la pâte sable–araldite dans le récipient d'expérimentation, des couches successives, de différentes caractéristiques, sont additionnées et tassées. L'adhésif même assure la continuité entre les couches.

Par ce procédé, nous avons obtenu un milieu poreux cubique de 20cm de côté constitué de trois couches différentes dont la spécification est donnée par le tableau (4.4).

Tableau 4.4

Milieu poreux stratifié

couche nº	sable	épaisseur de la couche (cm)	perméabilité (cm^2)
1	ϕ0,59 à 1,17mm	4,4	$3,83 \times 10^{-6}$
2	ϕ0,29 à 0,59mm	5,6	$1,12 \times 10^{-6}$
3	ϕ1,17 à 1,98mm	10,0	$1,68 \times 10^{-5}$

A partir des données fournies au tableau, il résulte que les perméabilités apparentes du milieu stratifié par rapport aux écoulements avec les "résistances" en série et parallèle sont respectivement:

$$k_s = \frac{\sum_i L_i}{\sum_i \frac{L_i}{k_i}} = 2,98 \times 10^{-6} cm^2$$

et

$$k_p = \frac{1}{\sum_i L_i^*} \sum_i k_i L_i^* = 9,6 \times 10^{-6} cm^2$$

où k_i, L_i et L_i^* sont la perméabilité, la longueur dans le sens de l'écoulement et la hauteur de chaque couche.

Ces résultats ont été parfaitement vérifiés expérimentalement.

Un milieu poreux stratifié, obtenu par la technique décrite, a été employé par FERREIRA (1969) pour la simulation d'un milieu naturel.

4.5 Milieu hétérogène

Dans l'étude d'un écoulement de fluide à travers un milieu poreux il est très important d'obtenir un milieu dont les propriétés géométriques varient "continûment" avec la position.

Le milieu hétérogène unidimensionnel peut être obtenu facilement par consolidation à l'araldite. L'adhésif est additionné à deux ensembles de particules de dimensions différentes et on prépare deux cônes massifs avec ces mélanges pâteux. Les cônes sont justaposés tête-bêche (voir figure 4.7) et mélangés avec soin transversalement; la pâte résultante est chargée dans le cylindre d'expérimentation et consolidée au four.

Figure 4.7 - Préparation d'un milieu hétérogène consolidé

La distribution de pression obtenue dans l'écoulement d'un fluide incompressible traversant un milieu préparé selon la technique précédente est fortement non linéaire comme montré sur la figure 4.8.

La fonction perméabilité est intrinsèquement liée à la forme généralisée de la loi de Darcy valable pour l'écoulement en milieu hétérogène. Ce problème est abordé en détail au prochain chapitre.

Malgré l'hétérogénéité du milieu par rapport à la perméabilité, celui-ci peut être considéré homogène en ce qui concerne la porosité (figure 4.8).

4.6 Milieu anisotrope

La construction de milieu anisotrope s'est révelée une tâche bien difficile.

Le procédé employé consiste à faire passer un fort jet d'air à travers la pâte sable-araldite durant le durcissement de l'adhésif; on espérait que celui-ci, encore fluide, bloque préférentiellement les pores dans la direction normale à l'écoulement permettant l'obtention d'un milieu consolidé anisotrope.

Après plusieurs tentatives infructueuses, les conditions suivantes ont conduit à une anisotropie évidente: sable (ϕ1,17 à 1,98mm) avec 10% d'araldite contenue dans une boîte cubique de 20cm d'arête, à travers laquelle on a injecté l'air à un débit de 0,019m^3/s environ (mesuré à température ambiante et pression normale). Une fois le milieu consolidé, nous avons obtenu

des échantillons qui ont permis la mesure de la perméabilité directionnelle (SCHEIDEGGER – 1960, p.78):

$$k_z = 3,2 \times 10^{-6} cm^2$$

$$k_x = k_y = 1,97 \times 10^{-6} cm^2$$

z étant la direction du soufflage.

Donc, comme on pouvait s'y attendre la perméabilité dans la direction du soufflage est plus grande que celle dans les autres directions.

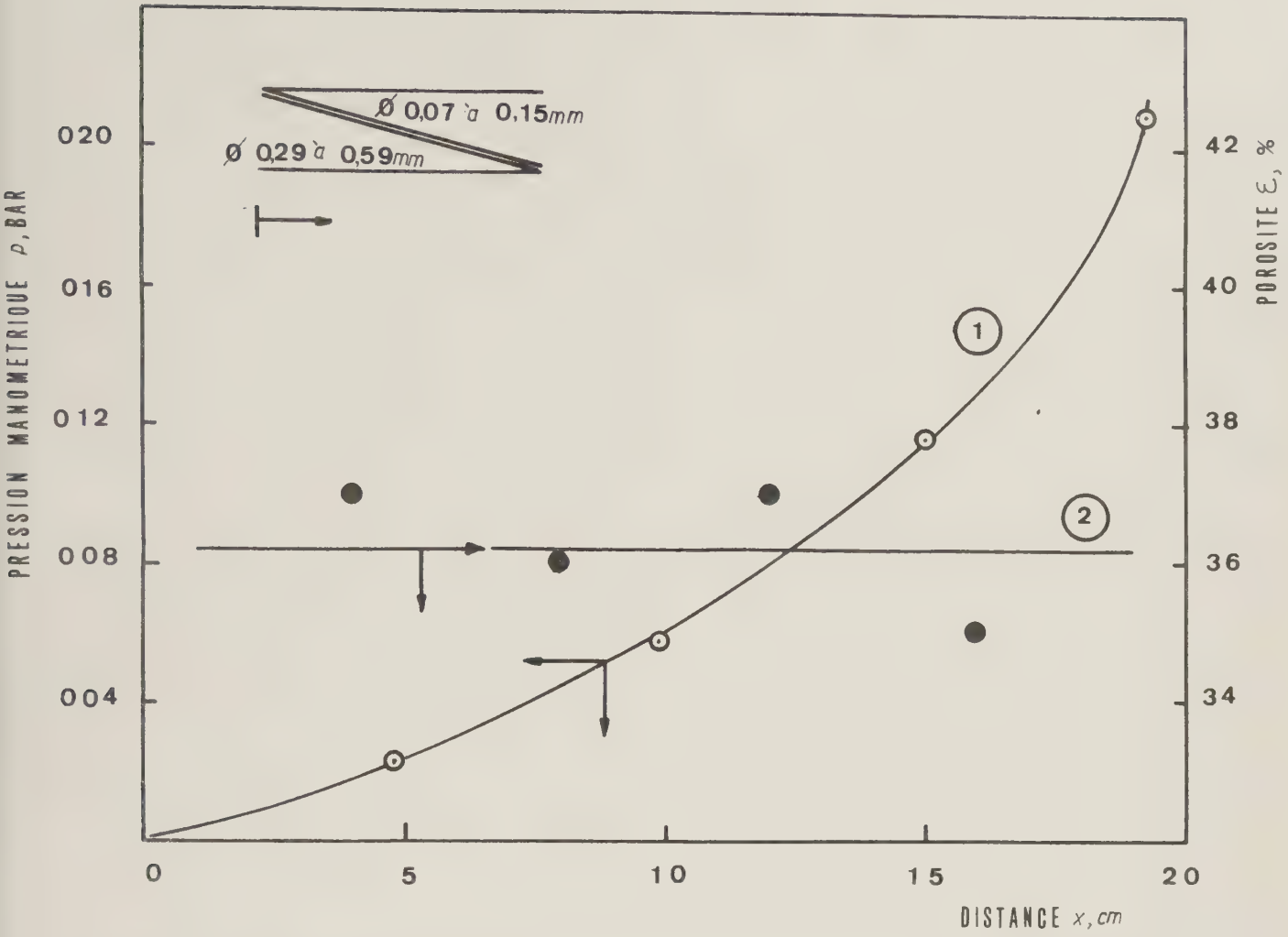


Figure 4.8 - Milieu hétérogène de sable (ϕ 0,07 à 0,15mm et ϕ 0,29 à 0,59mm) consolidé avec 5% d'araldite.

Courbe 1 - distribution de pression pour une vitesse de filtration de glycérine (ρ = 1,14g/cm^3, μ = 18,6cp)

Courbe 2 - distribution de porosité, déterminée avec des échantillons de 2cm de longueur; on obtient une porosité moyenne de 36,2%.

TROISIEME PARTIE

ETUDE EXPERIMENTALE

CHAPITRE V

Ecoulement à travers un milieu hétérogène

5.1 But de l'expérience

Nous avons vu, au Chapitre II, que l'analogie capillaire conduit à l'équation:

$$q_x = - \frac{k(x)}{\mu} \frac{d\mathbb{P}}{dx} \qquad (5.1)$$

pour l'écoulement d'un fluide newtonien suivant la direction x, à travers un milieu hétérogène.

La vérification expérimentale de ce résultat peut être faite en mesurant la distribution de la pression le long du domaine d'écoulement pour des débits connus et pour différents fluides.

Si la fonction k

$$k(x) = - \mu q_x / \frac{d\mathbb{P}}{dx} \qquad (5.2)$$

indépendante du débit et des propriétés du fluide existe, alors l'équation (5.1) est verifiée.

L'intégration de l'équation (5.2) conduit à la fonction f plus appropriée que la fonction k pour l'analyse des résultats expérimentaux:

$$f(x) = \int_0^x \frac{dx}{k(x)} = \frac{\mathbb{P}_o - \mathbb{P}_x}{\mu q_x} \qquad (5.3)$$

où $\mathbb{P}_o$ est la pression piézométrique au point x = 0 et $\mathbb{P}_x$ la pression piézométrique au point x.

5.2 Installation expérimentale

L'installation utilisée dans l'étude de l'écoulement à travers un milieu hétérogène est la même que celle décrite au paragraphe (4.2) et schématisée sur la figure (4.1).

5.3 Résultats expérimentaux

Les expériences ont été réalisées avec un milieu poreux préparé, suivant la technique exposée dans le paragraphe (4.4), avec du sable de ϕ0,074 à 0,15mm et ϕ0,29 à 0,59mm. La consolidation avec 5% d'araldite, a été faite en cylindre de longueur L = 19,3cm et de diamètre interne D = 4,78cm, et la mesure des pressions est faite aux points $x_o = 0$, $x_1 = 4{,}8$cm, $x_2 = 9{,}9$cm, $x_3 = 15{,}0$cm et $x_4 = 19{,}3$cm, distances prises dans le sens de l'écoulement.

Les expériences ont été réalisées avec des fluides de propriétés très diverses: air et solution de glycérine dans l'eau.

Les valeurs de débit et chute de pression sont présentées sur le tableau (5.1). Les valeurs de la fonction f, calculées à partir des résultats expérimentaux à l'aide de l'équation (5.3) sont consignées sur le tableau (5.1). La représentation graphique de f, figure (5.1), montre clairement que le milieu étudié n'est pas homogène, parce que la fonction ne varie pas linéairement avec la distance x.

La fonction f peut être exprimée par l'équation

$$f(x) = x(8{,}25.10^{-2} + 2{,}88.10^{-3}e^{0{,}193x}).10^{7}cm^{-1} \qquad (5.4)$$

où l'écart type est de $1{,}7 \times 10^{5}cm^{-1}$. Le lissage des points expérimentaux a été fait dans un mini-ordinateur Hewlett Packard.

La fonction perméabilité résulte des équations (5.3) et (5.4):

$$k(x) = \frac{10^{-7}}{8{,}25.10^{-2} + 2{,}88.10^{-3}(1 + 0{,}193x)e^{0{,}193x}} \ cm^2 \qquad (5.5)$$

La représentation graphique de k, figure (5.2), montre une variation importante de la perméabilité le long du milieu poreux. Cette variation est de l'ordre de dix d'une extrémité à l'autre.

On remarque que la perméabilité des ensembles de particules qui constituent le milieu est respectivement de $1{,}3 \times 10^{-6}$ et de $8{,}0 \times 10^{-8} cm^2$.

Comme on pouvait s'y attendre, la distribution de perméabilité du milieu hétérogène reste comprise entre ces deux valeurs.

5.4 Conclusions

Nous vérifions dans le tableau (5.2) qu'aux erreurs d'expérience prés, à chaque valeur de x correspond une valeur unique de f(x). Donc, l'équation (5.1) est valide et, dans les hypothèses formulées au chapitre I, l'équation généralisée de Darcy pour milieu hétérogène prend la forme:

$$-(\nabla p - \rho \underline{g}) = \frac{\mu}{k(\underline{x})}\, \underline{q}$$

où la fonction k, qui ne dépend que de la géométrie du milieu, prend la dénomination de fonction perméabilité. Par rapport au milieu poreux étudié.

$$k(x) = \frac{10^{-7}}{8{,}25.10^{-2} + 2{,}88.10^{-3}(1 + 0{,}193x)e^{0{,}193x}} \quad cm^2$$

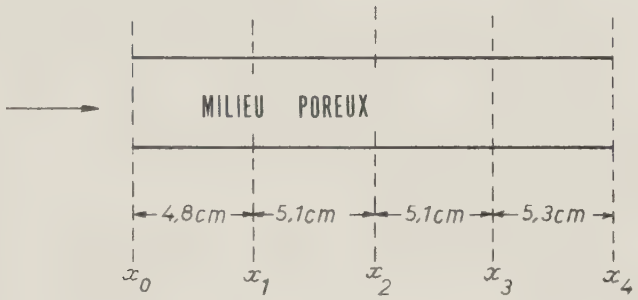
De plus, l'équation (5.1) montre que la perméabilité apparente d'un milieu hétérogène pour un écoulement unidimensionnel est reliée à la fonction perméabilité par l'équation:

$$k_A = \frac{L}{\int_0^L \frac{dx}{k(x)}} \qquad (5.6)$$

où L est la longueur du milieu.

Tableau 5.1

Résultats expérimentaux relatifs à l'écoulement horizontal en milieu poreux hétérogène (aire de la section transversale 18,1 cm^2 et longueur 19,3 cm)



Fluide: air sec à 21°C, $\mu = 1{,}75 \times 10^{-2}$ cp, pression moyenne dans l'écoulement de 1,07 bar.

vitesse de filtration mesurée à 1,07 bar et 21°C (cm/seg)	Chute de pression (baryes)			
	$p_o - p_1$	$p_o - p_2$	$p_o - p_3$	$p_o - p_4$
$5{,}00 \times 10^{-2}$	36	87	172	320
$6{,}96 \times 10^{-2}$	49	114	226	425
$12{,}7 \times 10^{-2}$	93	211	424	800
$15{,}6 \times 10^{-2}$	120	278	560	1025

Fluide: solution aqueuse de glycérine à 21^0C, $\mu = 18,6cp$, $\rho = 1,10g/cm^3$

vitesse de filtration (cm/seg)	Chute de pression (baryes)			
	p_o-p_1	p_o-p_2	p_o-p_3	p_o-p_4
$7,30 \times 10^{-3}$	$0,59 \times 10^4$	$1,39 \times 10^4$	$2,84 \times 10^4$	$5,25 \times 10^4$
$16,1 \times 10^{-3}$	$1,28 \times 10^4$	$3,10 \times 10^4$	$6,25 \times 10^4$	$11,9 \times 10^4$
$29,6 \times 10^{-3}$	$2,25 \times 10^4$	$5,55 \times 10^4$	$11,4 \times 10^4$	$20,9 \times 10^4$

Tableau 5.2 - Fonction f calculée avec les données expérimentales du tableau (5.1)

Fluide	Vitesse de filtration (cm/seg.)	$f = (p_o - p_x)/(\mu q_x)$, cm^{-1}				
		x = 0cm	x = 4,8cm	x = 9,9cm	x = 15,0 cm	x = 19,3cm
air	$5,00 \times 10^{-2}$	0	$4,11 \times 10^{6}$	$1,00 \times 10^{7}$	$1,98 \times 10^{7}$	$3,66 \times 10^{7}$
air	$6,96 \times 10^{-2}$	0	4,08	0,94	1,89	3,54
air	$12,7 \times 10^{-2}$	0	4,21	0,95	1,91	3,62
air	$15,6 \times 10^{-2}$	0	4,40	1,02	2,06	3,76
glycérine	$7,30 \times 10^{-3}$	0	4,35	1,02	2,10	3,86
glycérine	$16,1 \times 10^{-3}$	0	4,28	1,03	2,09	3,96
glycérine	$29,6 \times 10^{-3}$	0	4,09	1,04	2,06	3,80

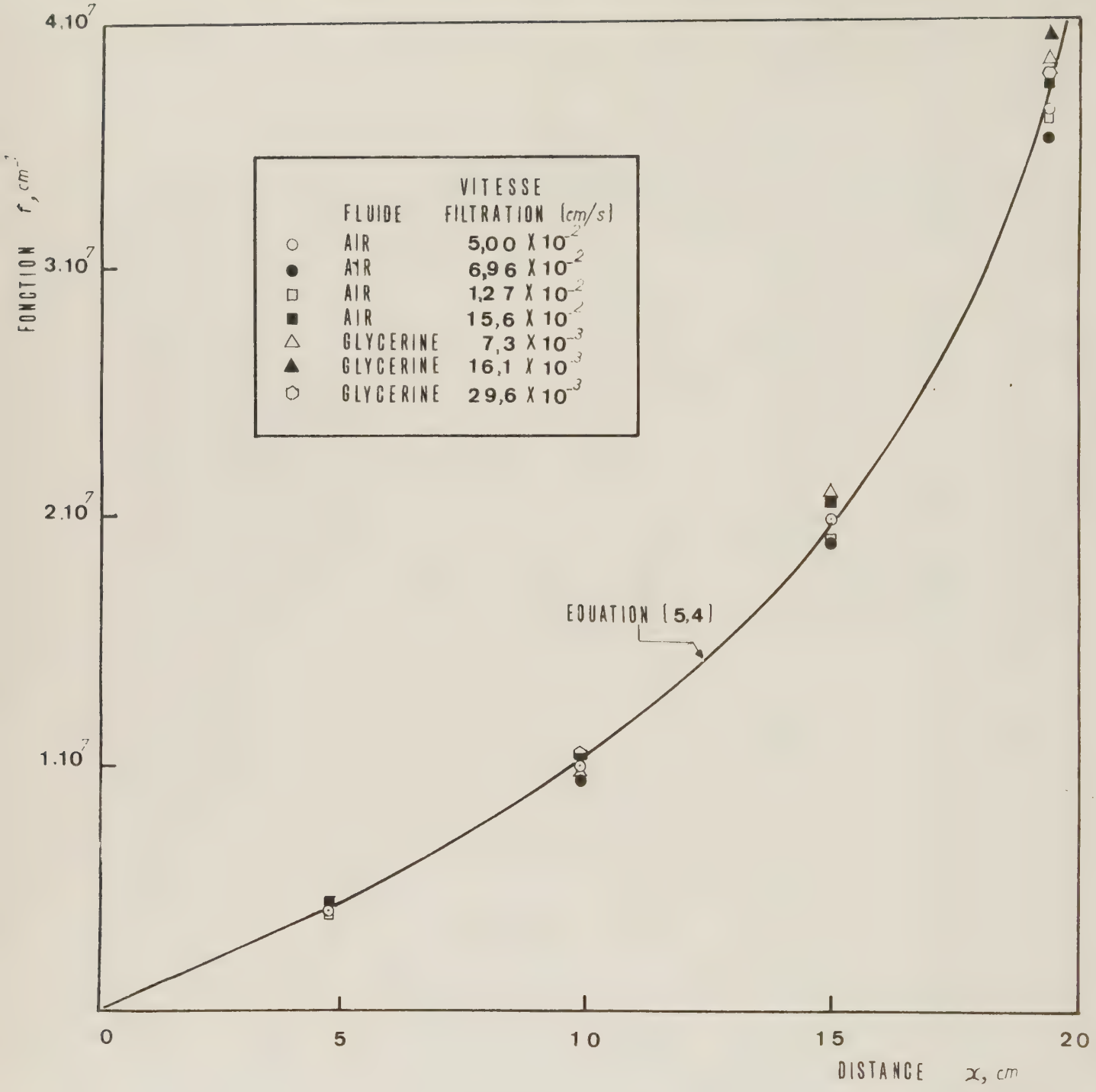


FIGURE 5.1 - FONCTION f POUR UN MILIEU POREUX HETEROGENE DE SABLE (Ø 0,074 A 0,15 mm - - Ø 0,29 A 0,59 mm ET 5 % D'ARALDITE)

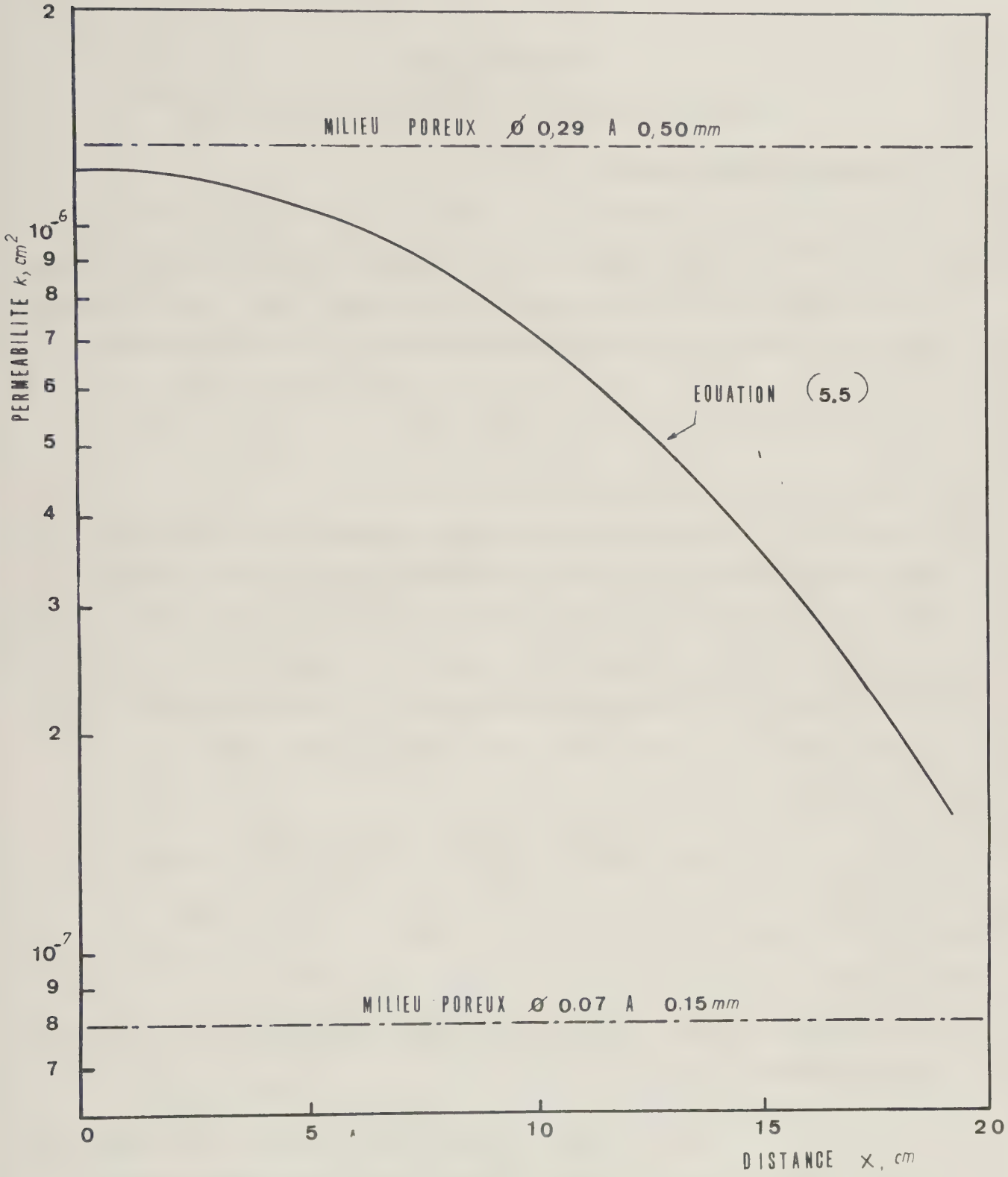


FIGURE 5.2 - FONCTION PERMEABILITE POUR UN MILIEU POREUX HETEROGENE (Ø,007 A 0,15mm -- Ø 0,29 A 0,59mm, 5 % D'ARALDITE)

CHAPITRE VI

Ecoulement non isotherme en milieu poreux

6.1 But de l'expérience

Nous avons vu au chapitre II que l'analogie capillaire conduit pour l'écoulement suffisamment lent, non isotherme, unidimensionel, d'un fluide newtonien, au résultat suivant:

$$q_z = - \frac{k}{\mu(z)} \left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z \right) \qquad (6.1)$$

La vérification expérimentale de l'équation (6.1) peut se faire par la mesure du débit et de la chute de pression dans un milieu poreux soumis à un gradient connu de température. En effectuant les expériences en écoulement vertical, contre la pesanteur, et en admettant que l'installation permette d'obtenir une température uniforme dans la section transversale du milieu, la distribution de pression expérimentale doit vérifier

$$p(z) = p(0) - \frac{q_z}{k} \int_0^z \mu(z)dz - g \int_0^z \rho(z)dz \qquad (6.2)$$

L'équation (6.2) est obtenue par intégration de l'équation (6.1), dans laquele $g_z = -g$.

Nous croyons qu'en conduisant les expériences de cette façon, il ne se produit pas d'écoulement secondaire dû à la convection naturelle, lequel viendrait perturber le champs de

vitesse du milieu poreux.

Pour mettre bien en évidence l'importance de la viscosité dans l'écoulement non isotherme, les expériences doivent être conduites avec des fluides dont la viscosité est suffisamment sensible à la température, ou bien avec des liquides.

6.2 Installation expérimentale

L'installation, schématisée sur la figure (6.1), est fondamentalement la même que celle employée par KUNII et SMITH (1961) dans l'étude de la conductivité thermique des milieux poreux. Elle se compose des élements suivants:

a) Le système de propulsion du liquide constitué d'une pompe péristaltique(1) à débit variable;

b) La cellule de mesure:
   (b.1) tuyau en terre cuite bon isolant thermique (diamètre interne 5.4cm, diamètre externe 6.4cm, hauteur 8cm) muni de prises de pression et contenant le milieu poreux;
   (b.2) élément de chauffage constitué d'un cylindre de cuivre perforé (diamètre 5.4cm et hauteur 10cm) autour duquel se trouve enroulée une résistance électrique de 500w; le contact entre le bloc et le milieu poreux est fait par des grilles d'aluminium;
   (b.3) éléments métalliques qui permettent le raccordement du milieu poreux avec le reste du système;

(1) Pompe péristaltique modèle NHRE-72 de Watson Marlow Ltd. (Falmouth, Angleterre) munie de tubes de silicone.

c) Le système de mesure:

Le débit du fluide est obtenu par pesée de la quantité de liquide qui s'écoule durant un temps déterminé. La distribution de température dans l'échantillon est mesurée par des thermo-couples fer-constantan(1) placés à l'intérieur du milieu au moyen d'aiguilles hypodermiques;
la distribution de pression est obtenue par un capteur de pression(2);

d) L'échangeur de chaleur à tubes concentriques qui permet de refroidir le fluide à la sortie de la cellule de mesure, avant de le renvoyer dans le réservoir de fluide associé à la pompe péristaltique.

Les mesures de débit de température et de pression sont faites en régime permanent. Dans le cas de nos expériences, le régime permanent était atteint environ 60 minutes après le commencement de l'opération.

---

(1) Des fils calibrés AWG-16 isolés par amiante de Leeds & Northrup Company (Philadelphia, Etats-Unis), les soudures faites à l'arc électrique et mesures de tensions avec un potentiomètre modèle 8690 aussi de Leeds & Northrup Company. La plus grande cause d'erreur dans la mesure de la distribution de températures est dans la détermination de la position des thermo-couples placés dans le cylindre avant l'addition de la pâte sable-araldite.
(2) Capteur de pression modèle 1300 de BLH Electronics, Inc.(Waltham, Etats-Unis) pour pression différentielle jusqu'à 0,25 bar. Il fonctionne avec une source stabilisée de tension modèle 30-05A de Brasele S.A. (S.Paulo, Brésil) et avec un potentiomètre modèle 8690 de Leeds & Northrup Company (Philadelphia, Etats-Unis). Le système permet des mesures avec une précision de 2%.

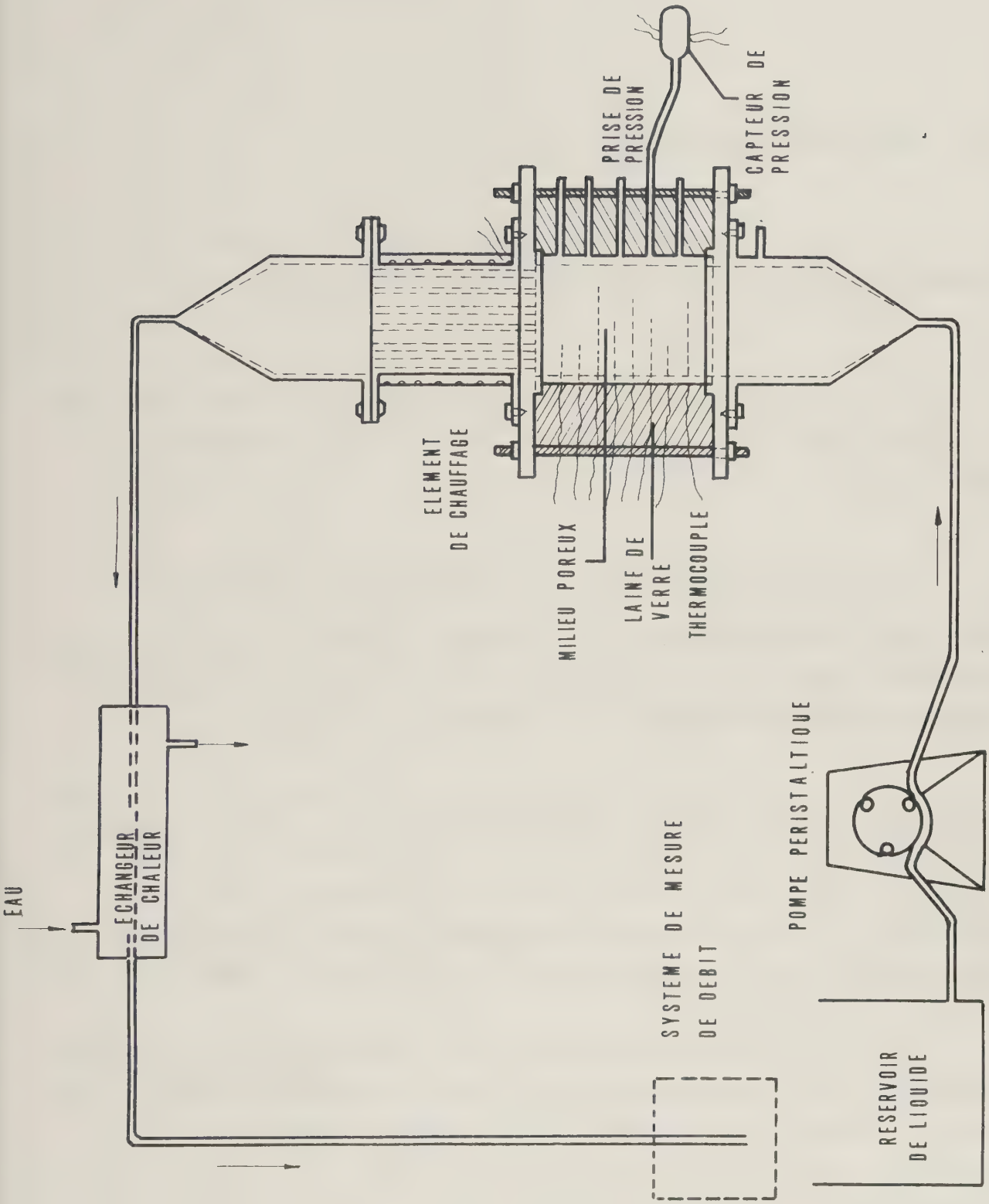


FIGURE 6-1- SCHEMA DE L'INSTALLATION POUR L'ETUDE DE L'ECOULEMENT NON ISOTHERME EN MILIEU POREUX

6.3 Résultats expérimentaux

Les expériences ont été réalisées avec un milieu poreux de sable consolidé à l'araldite, de perméabilité

$$k = 8,62 \times 10^{-7} cm^2 .$$

Le fluide employé a été l'huile de pétrole lubrifiant SAE 40[1] dont la viscosité varie avec la température suivant la loi:

$$\mu = A(T/30)^B = 2,75(T/30)^{-2,42} \text{ poise} \quad (6.3)$$

où T est la température en ^0C, et dont la masse spécifique est de $0,87 g/cm^3$ pour $30^0C < T < 60^0C$. Les propriétés de l'huile sont réunies au paragraphe A.1 de l'annexe A.

Trois expériences ont été faites pour des vitesses de filtration respectivement de 0,00191, 0,00535 et 0,00725 cm/s.

Les résultats relatifs aux distributions de température et pression sont réunis sur les tableaux (6.1) et (6.2).

Une approximation de la distribution de températures peut être donnée par un polynôme du deuxième degré, suivant la méthode des moindres carrés (voir tableau 6.1):

---

(1) Huile SAE-40, Texaco-Havoline-Motor Oil de Produtos de Petróleo do Brasil S.A. (Rio de Janeiro, Brésil).

$$T = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 \qquad (6.4)$$

Des équations (6.2), (6.3) et (6.4) nous pouvons connaître la distribution théorique de pressions:

$$p(z) = p(0) - \frac{q_z A}{k} \int_0^z \left(\frac{a_0 + a_1 z + a_2 z^2}{30} \right)^{-B} dz - \rho g z \qquad (6.5)$$

obtenue par intégration numérique, en considérant une condition aux limites expérimentales. Sur le tableau (6.2) nous présentons les valeurs calculées à partir de cette équation. L'intégration numérique a été faite sur un ordinateur IBM-1130, à l'aide du sous-programme QSF, utilisant la méthode de Simpson.

Nous avons admis, de façon implicite, que la perméabilité géométrique du milieu poreux ne varie pas avec la température. Cette hypothèse est valable, dans les conditions des expériences, comme le démontre bien les résultats présentés en annexe A.

6.4 Conclusions

Les résultats de la figure (6.2), synthèse des tableaux (6.1) et (6.2), montrent la validité de l'équation (6.1). Nous pouvons affirmer que, dans le cadre des hypothèses formulées au chapitre I, l'équation généralisée de Darcy pour l'écoulement

non isotherme et lent, prend la forme:

$$-(\underline{\nabla}p - \rho\underline{g}) = \frac{\mu(\underline{x})}{k}\,\underline{q} \qquad (6.6)$$

La figure (6.3) met en évidence le fait qu'il est important de considérer correctement le terme de la viscosité dans l'équation du mouvement. Sur cette figure, nous comparons aussi les résultats expérimentaux de la distribution de la pression avec les distributions obtenues en considerant successivement trois hypothèses d'évaluation de la viscosité, supposée constante tout au long du massif:

- viscosité afférente à la température d'entrée,
- viscosité afférente à la température de sortie,
- viscosité calculée pour la température moyenne des valeurs à l'entrée et à la sortie.

En conséquence de cette analyse, nous attirons l'attention sur le fait que la distribution de la température doit être soigneusement considérée dans les processus industriels tel que la combustion in situ de l'extraction du pétrole ou tel que la cinétique chimique en milieu catalysé, afin de pouvoir calculer avec précision la distribution de la pression.

Tableau 6.1

Distribution de température pour l'écoulement de l'huile SAE-40 à travers un milieu poreux consolidé ($k = 8,62 \times 10^{-7} cm^2$)

Position du termo-couple z, cm(1)	Température T, ^0C		
	0,00191cm/s	0,00535cm/s	0,00725cm/s
0,6	34,4	31,6	32,5
1,2	33,4	32,0	33,0
2,0	36,0	32,2	32,6
2,5	36,2	33,5	33,8
3,2	39,2	33,6	34,8
4,2	41,2	37,0	36,3
4,8	43,8	35,2	35,8
5,7	50,3	45,9	43,4
6,3	52,4	46,4	44,0

(1) Certains thermocouples ont été placés dans l'axe du milieu poreux et d'autres en des positions différentes par rapport à la paroi isolante.

Tableau 6.1 - (suite)

vitesse de filtration q_z , cm/seg.	Fonction T, ^0C
0,00191	$T = 32,9 + 0,34z + 0,44z^2$
0,00535	$T = 31,1 - 0,55z + 0,47z^2$
0,00725	$T = 32,3 - 0,50z + 0,37z^2$

Tableau 6.2

Distribution de pression pour l'écoulement non isotherme de l'huile SAE-40 à travers un milieu poreux consolidé ($k = 8{,}62 \times 10^{-7}$ cm^2)

Résultats expérimentaux

Position de la prise de pression z, cm	Pression manométrique p, bar		
	0,00191cm/s	0,00535cm/s	0,00725cm/s
0	0,080	0,167	0,165
1,3	0,072	0,153	0,143
2,0	0,071	0,142	0,131
2,6	0,068	0,134	0,120
3,8	0,065	0,120	0,099
5,2	0,058	0,105	0,080
6,0	0,058	0,097	0,071

Tableau 6.2 - (suite)

Valeurs théoriques calculés à partir de l'équation (6.5) avec p(0) obtenue du "lissage" par un polynôme de deuxième degré des résultats expérimentaux.

Position prise de pression z, cm	Pression manométrique p, bar		
	0,00191cm/s	0,00535cm/s	0,00725cm/s
0	0,077	0,173	0,169
1	0,075	0,157	0,149
2	0,070	0,142	0,130
3	0,066	0,128	0,112
4	0,062	0,116	0,096
5	0,058	0,107	0,083
6	0,055	0,097	0,071

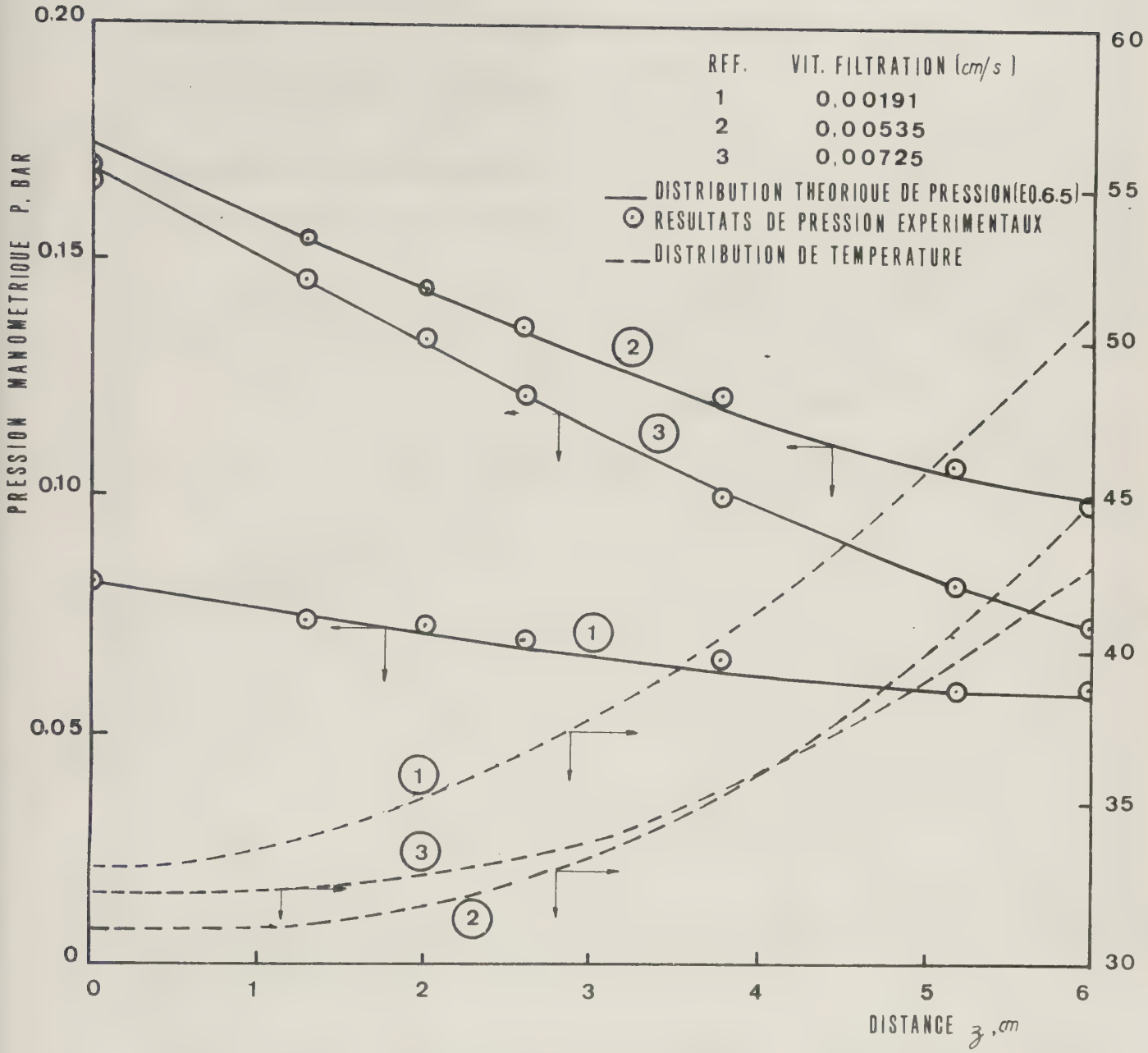


FIGURE 6.2 - DISTRIBUTION DE PRESSION ET DE TEMPERATURE DANS UN MILIEU POREUX

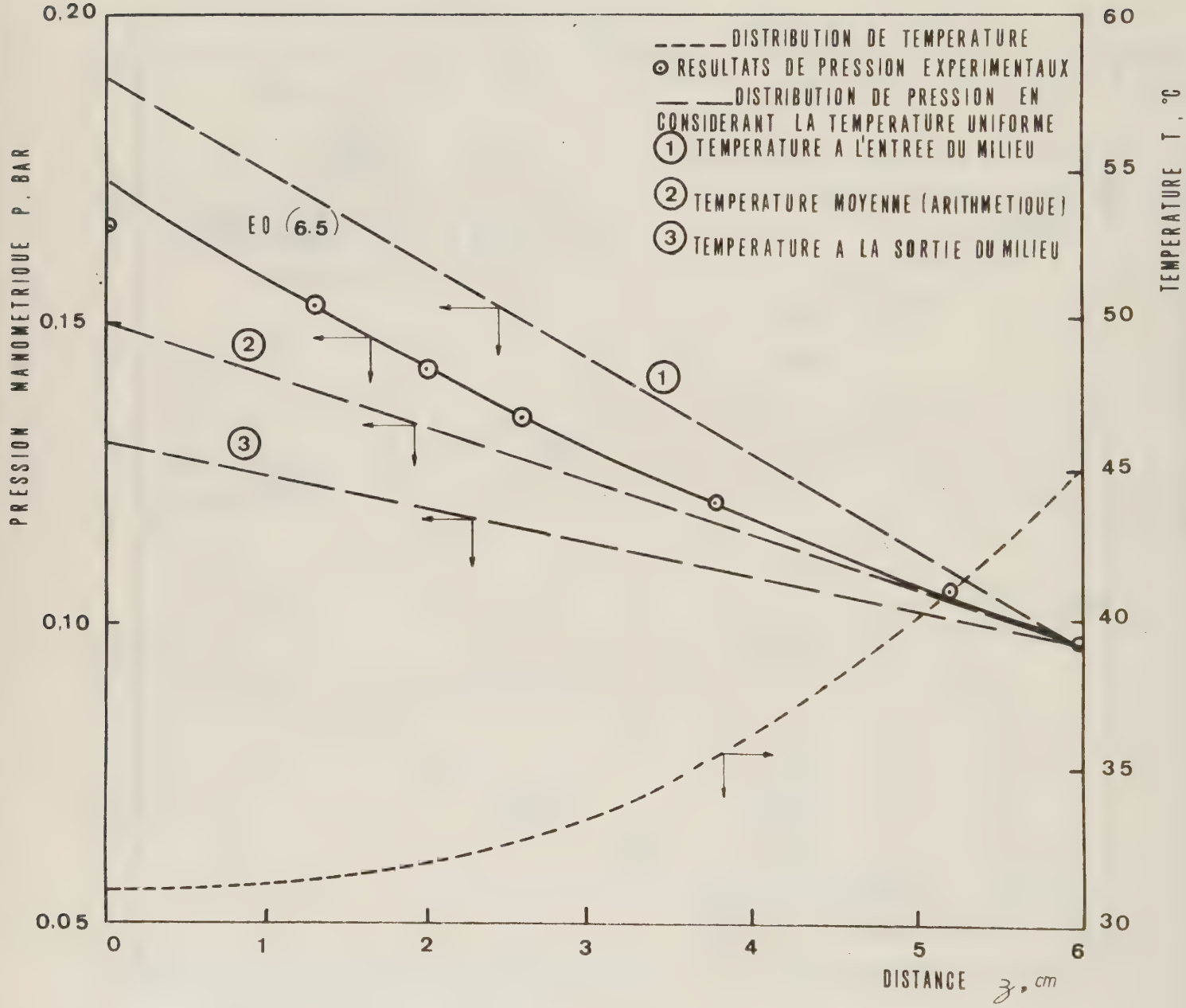


FIGURE 6.3 - DISTRIBUTION DE PRESSION ET DE TEMPERATURE DANS UN MILIEU POREUX
(VITESSE DE FILTRATION 0.00535 *cm/s*)

CHAPITRE VII

Ecoulement d'un fluide non newtonien à travers un milieu poreux

7.1 But de l'étude expérimentale

On a vu, au chapitre II, que l'analogie capillaire conduit pour l'écoulement suffisamment lent, unidimensionnel, d'un fluide simple de Noll, au résultat

$$q_z = 2(2k)^{1/2} \int_0^1 y^2 \, F(y \, S_R^*) dy \qquad (2.18)$$

où

$$S_R^* = (2k)^{1/2} \left| \frac{d\mathbb{P}}{dz} \right|$$

La fonction rhéologique

$$\Omega(S_R) = \int_0^1 y^2 \, F(y \, S_R) dy \qquad (2.16)$$

peut être déterminée à partir des résultats expérimentaux obtenus dans l'écoulement en tubes capillaires:

$$\Omega(S_R) = \frac{V}{R} \qquad (2.17)$$

où $S_R = \frac{R}{2} \left| \frac{d\mathbb{P}}{dz} \right|$, V est la vitesse moyenne et R le rayon du tube.

Donc, la vérification expérimentale de l'équation (2.18) peut être faite selon les étapes suivantes:

a) détermination des propriétés rhéologiques du fluide, c'est-à-dire de la fonction Ω, grâce aux mesures de débit et de chute de pression en tubes capillaires de géométrie connue;

b) mesures de chute de pression et de débit dans l'écoulement en milieu poreux; en connaissant les propriétés géométriques du milieu et la chute de pression il est possible de déterminer S_R^* et, à l'aide de l'équation (2.18), la valeur théorique du débit de fluide qui sera comparé à la valeur observée expérimentalement.

On peut signaler que parmi les nombreux systèmes connus pour la détermination des propriétés rhéologiques des fluides (VAN WAZER et coll., 1966), c'est le tube capillaire qui nous fournit le plus facilement la fonction Ω.

7.2 Installation expérimentale

C'est un fait bien connu que les propriétés rhéologiques des fluides non newtoniens dépendent non seulement de la température, mais aussi, des autres facteurs tels que le temps de vieillissement et le type de pompe utilisée dans l'écoulement. Nous avons donc toujours réalisé les mesures de chute de pression et de débit dans le tube capillaire et dans le milieu poreux au même instant, tous les deux placés dans un récipient à une température uniforme. Aussi souvent que possible, la même pompe a alimenté le tube capillaire et le milieu poreux.

L'installation, schématisée dans la figure (7.1), comprend:

a) Le système de propulsion constitué de plusieurs pompes différentes: pompe à diaphragme[1] pour des faibles débits et des hautes pressions; pompe péristaltique[2] pour des débits et des pressions moyennes, et pompe à engrenage[3] pour des débits plus élevés.

b) Les tubes capillaires,munis de prises de pression[4]:

Nº	Diamètre Intérieur,D(mm)	Distance entre les prises de pression, L(cm)
1	1,976	30,5
1-A	1,972	27,5
2	0,984	25,1
3	0,498	20,0

(1) Pompe de diaphragme de teflon modèle 7135D de Colle-Parmer Instrument and Equipment Co. (Chicago, Etats-Unis), pression de décharge maximale de 9 bar, débit de 0 à 160cm^3/min.
(2) Pompe péristaltique modèle MHRE-72 de Watson Marlow Ltd. (Falmouth, Angleterre) munie de tubes de silicone.
(3) Pompe à engrenage modèle C-40 de Bombas Bernet S.A. (Rio de Janeiro, Brésil).
(4) Tubes capillaires de verre, catalogue 841-205 de Fischer & Porter Company (Warminsler, Etats-Unis). Les détails sur le calibrage des tubes se trouvent au paragraphe (B.1) du annexe B.

Un ou deux capillaires ont été utilisés dans chaque expérience.

c) La cellule de mesure prévue pour réaliser l'expérience avec des milieux poreux différents simultanément, comme montre la figure (7.2);

d) Le système de régulation thermique. Il est constitué d'un bain thermostatique(1) et d'un bassin thermiquement isolé, qui reçoit l'eau du premier. Le réservoir de fluide est placé dans le bain thermostatique et les expériences sont réalisées avec les tubes capillaires et la cellule de mesure immergés dans le bassin;

e) Le système de mesure. La chute de pression est mesurée avec des capteurs différentiels de pression(2). Le débit est mesuré par pesée du fluide qui s'écoule dans un temps déterminé.

---

(1) Bain thermostatique modèle NBS de Gebrüder Haake (Berlin, Allemagne), débit 25l/min., réglage de 0,1°C.

(2) Capteur de pression modèle 1300 de la BLH Electronics Inc. (Waltham, Etats-Unis), pour des pressions différentielles jusqu'à 0,25 et 0,75 bar. Ils opèrent avec une source stabilisée de tension modèle 30-05A de Brasele S.A. (S.Paulo, Brésil) et un potentiomètre modèle 8690 de la Leeds & Northrup Company (Philadelphia, Etats-Unis).

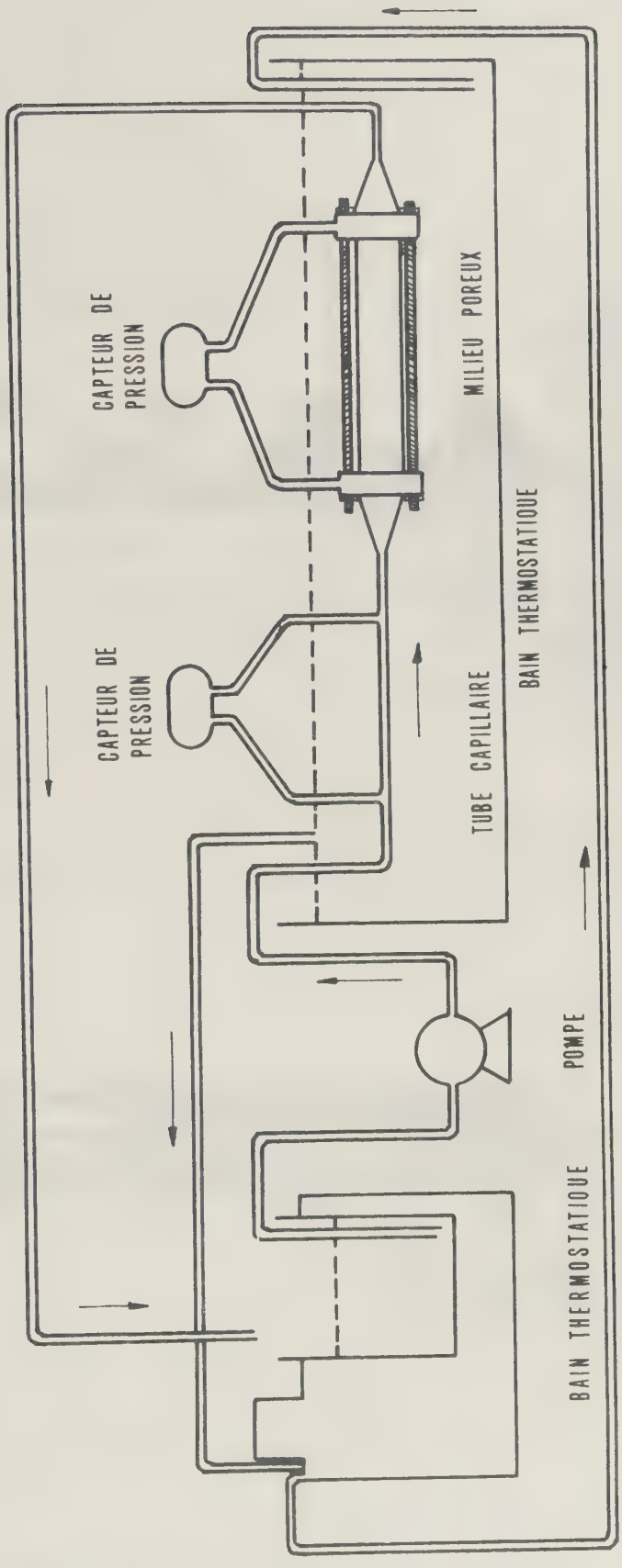


FIGURE 7.1 - SCHEMA DE L'ISTALLATION UTILISEE POUR L'ETUDE DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE NON NEWTONIEN A TRAVERS UN MILIEU POREUX

Figure 7.2 - Cellule de mesure

7.3 Fluides non newtoniens

Les fluides non newtoniens, utilisés dans nos expériences avec les milieux poreux, sont des solutions de polymèrs industriels faiblement concentrées en eau ou en xylène. Ces produits, de grande masse moléculaire, sont employés généralement dans l'industrie comme agents d'épaississement. Les solutions sont stables sous l'action de sollicitations mécaniques et résistent aux micro-organismes,ainsi qu'aux variations de température.

Dans le tableau suivant sont donnés les polymères employés dans la préparation des solutions non newtoniennes.

Dénomination Industrielle	Fabricant	Composition Chimique	Solvant
Tylose MH-2000K	Hoechst Brasil Química Farmacêutica S/A	Methylcellulose	eau
Tylose C1000	Hoechst Brasil Química Farmacêutica S/A	Carboxymethylcellulose	eau
Natrosol 250H	Hercules Incorporated	Hydroxethylcellulose	eau
Polyox WSR-301	Union Carbide Produtos Químicos S/A	Polymère d'oxyde de éthylène	eau
Gomme adragante	Produit naturel	Substance mucilagineuse qui exsude du tronc d'arbrisseaux du genre astragale	eau
Vistanex NM-L100	Comércio e Indústria Iretama S/A	Copolymère de butadiène et styrène	xylène

La figure (7.3) représente quelques courbes rhéologiques obtenues avec des solutions non newtoniennes dans des tubes capillaires. Si le fluide suit le modèle de Ostwald-de Waele,

$$F(S) = \frac{S^{1/n}}{M}$$

nous pouvons conclure que Ω, fonction de S_R, est représentée par une droite en coordonnées cartésiennes à graduations logarithmiques. Donc, en analysant la figure (7.3) nous vérifions que ce modèle, tant employé dans la littérature, ne s'applique qu'à certains fluides étudiés.

La présence des tensions normales a été constatée qualitativement dans le cas des solutions de VISTANEX L100 (4,3%) et POLYOX WSR 301 (1%) par visualisation du phénomène de "gonflement" rencontré quand le fluide sort d'un capillaire (COLEMAN et coll., 1966, p.49). Ces tensions, suivant l'analyse de MARSHALL et METZER (1967), modifient les résultats de l'analogie capillaire: la chute de pression théorique est inférieure à celle obtenue expérimentalement.

7.4 Résultats expérimentaux

Nous avons entrepris 21 essais comprennant l'écoulement de plusieurs solutions non newtoniennes à travers des milieux consolidés et non-consolidés, homogènes, stratifiés ou hétérogènes, pour la gamme de perméabilités de $7,9 \times 10^{-8}$ à ..... $4,2 \times 10^{-5} cm^2$ et pour des porosités de 20 à 46%. Les résultats expérimentaux sont consignés sur le tableau (7.1) et développés

avec plus de détails au paragraphe (B.2) de l'annexe B.

Sur les figures (7.4), (7.5) et (7.6) nous comparons les vitesses de filtration expérimentales avec les prévisions théoriques obtenues à partir de l'équation (2.18)

La figure (7.4) se réfère aux essais 1 à 15 et aux essais 18 et 19, réunissant en tout environ 80 déterminations expérimentales qui confirment très bien la théorie.

La figure (7.5) concerne les essais 16, 17 et 20 effectués avec le produit naturel gomme adragante et avec une solution très "visqueuse" de Tylose C 1000. On peut noter sur cette figure un fort écart entre les vitesses de filtration expéri - mentales et théoriques, qui s'accentue au fur et à mesure que les débits décroissent, comme s'il y avait une reduction de la perméabilité du milieu poreux. Ce phénomène de blocage partiel à l'échelle des pores a été observé par plusieurs chercheurs (SAVINS - 1969) et a reçu des interprétations variées. Certains veulent qu'il soit dû à la gélification du fluide autour des particules du milieu poreux ou à l'adsorption du fluide à la surface solide. Une étude plus approfondie sur le sujet est nécessaire. Nous attirons l'attention sur le fait que des anomalies au voisinage des parois ont été aussi observées pour l'écoulement dans les tubes capillaires (SAVINS - 1969).

La figure (7.6) se rapporte à l'écoulement à hauts débits de la solution non newtonienne de Natrosol 250H dans l'eau (essais nº 21). On observe que,pour une même chute de pression, les débits théoriques sont plus grands que les débits expérimentaux et que la déviation est d'autant plus accentuée que les débits augmentent. On comprend aisément cette déviation, en effet le nombre de Reynolds Re_k,

$$Re_k = \frac{k^{1/2} q_z \rho}{\mu_{ef}}$$

où

$$\mu_{ef} = \frac{S_R^*}{4\Omega} \quad (1)$$

atteint la valeur 2 qui est très supérieure à la limite de la validité de l'écoulement darcyen, comme montré au prochain chapitre.

7.5 Conclusions

La figure (7.4) prouve la validité du modèle capillaire exprimé par l'équation (2.18), pour l'écoulement lent d'un fluide non newtonien en milieu poreux. La moyenne des erreurs relatives entre la valeur des vitesses de filtration expérimentales et théoriques est inférieure à 6% sur un total de 77 points expérimentaux rapportés aux fluides non newtoniens de nature variée, dans des milieux poreux très différents (consolidés et non consolidés, homogènes, stratifiés ou hétérogènes) avec une perméabilité comprise entre 8×10^{-8} et 5×10^{-5} cm^2 et une porosité entre 20 et 47%, pour des nombres de Reynolds Re_k variant de ..... 2×10^{-4} à 5×10^{-2}.

L'écart entre les données expérimentales et les prévisions théoriques, obtenues dans nos essais, est inférieur aux écarts rencontrés par d'autres chercheurs (SADOWSKI - 1963; DAUBEN et MENZIE- 1966; CHRISTOPHER et MIDDLEMAN - 1965; GAITONDE

---

(1) pour un fluide newtonien $\mu_{ef} = \mu$

et MIDDLEMAN - 1967) qui ont utilisé les mêmes fluides que nous, mais ont employé, dans l'analogie capillaire, un modèle rhéologique particulier pour les fluides. En réalité, les modèles classiques d'Ostwald-de Waele, d'Ellis ou Reiner-Philippoff sont valables seulement dans un domaine étroit de contraintes de cisaillement.

On peut signaler que les essais avec les solutions où il a été possible de mettre en évidence la présence de tensions normales ont amené aux résultats prévus par la simple application de l'analogie capillaire. Par ailleurs, aucune anomalie n'a été trouvée, contrairement aux résultats de MARSHALL et METZER (1967).

Les forts écarts que nous avons constatés pour les essais avec un produit naturel et une solution très "visqueuse" sont, peut être, dûs à l'effet de gélification du fluide autour des particules du milieu ou à l'effet d'adsorption à la surface solide. En réalité, la cause de la réduction apparente de perméabilité qui a lieu dans les cas cités mériterait une étude plus approfondie.

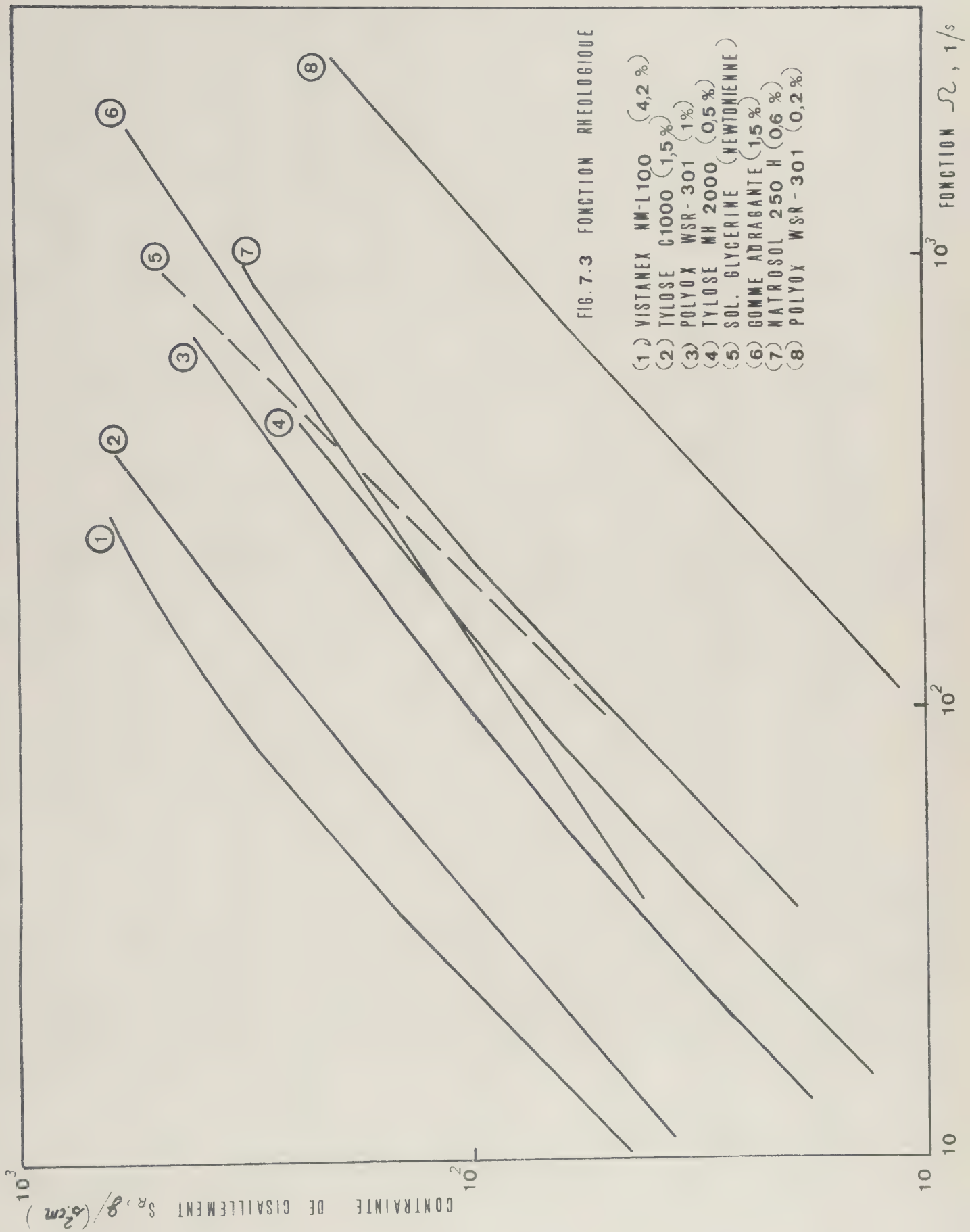


FIG. 7.3 FONCTION RHEOLOGIQUE

Tableau 7.1 - Valeurs caractéristiques pour des expériences avec de fluides non newtoniens

Essais nº	Milieu Poreux	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε, %	Polymère	Concentration sol, aqueuse (%)	Nombre de Reynolds, R_{ek} (1)
1	sable (homogène, consolidé)	$5,9 \times 10^{-6}$	44,0	Tylose MH-2000K	1,0	$6,2 \times 10^{-4} - 80 \times 10^{-4}$
2	sable (homogène, consolidé)	$4,2 \times 10^{-5}$	45,3	Tylose MH-2000K	1,0	$1,7 \times 10^{-3} - 15 \times 10^{-3}$
3	bille verre (hom,non consolidé)	2.0×10^{-5}	35,5	Tylose MH-2000K	1,0	$7,5 \times 10^{-4} - 110 \times 10^{-4}$
4	bille verre (hom,non consolidé	$3,5 \times 10^{-5}$	36,7	Tylose C-1000	1,5	$5,9 \times 10^{-4} - 224 \times 10^{-4}$

Tableau 7.1 - (suite)

Essai nº	Milieu Poreux	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε, %	Polymère	Concentration sol, aqueuse (%)	Nombre de Reynolds R_{e_k}
5	sable (hom.consolidé)	$2,2 \times 10^{-5}$	46,3	Tylose C-1000	1,5	$5,6 \times 10^{-4}$ - 96×10^{-4}
6	sable (hom.consolidé)	$7,7 \times 10^{-6}$	31,6	Tylose C-1000	1,5	$3,4 \times 10^{-4}$ - 124×10^{-4}
7	sable (hom.consolidé)	$7,9 \times 10^{-8}$	38,0	Polyox WSR-301	1,0 (2)	$1,2 \times 10^{-5}$ - 23×10^{-5}
8	sable (hom.consolidé)	$1,4 \times 10^{-6}$	38,0	Natrosol 250H	0,6	$1,2 \times 10^{-3}$ - 13×10^{-3}
9	sable (hom.consolidé)	$2,2 \times 10^{-7}$	20,2	Natrosol 250H	0,6	$7,2 \times 10^{-4}$ - 45×10^{-4}
10	sable (hom.consolidé)	$9,0 \times 10^{-8}$	38,0	Natrosol 250H	0,6	$5,8 \times 10^{-5}$ - 73×10^{-5}
11	sable (hom.consolidé)	$4,2 \times 10^{-5}$	45,3	Natrosol 250H	0,6	$1,4 \times 10^{-2}$ - $4,8 \times 10^{-2}$

Tableau 7.1 - (suite)

Essai nº	Milieu Poreux	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε, %	Polymère	Concentration sol, aqueuse (%)	Nombre de Reynolds Re_k
12	sable (hom.consolidé)	$3,4 \times 10^{-7}$	36,5	Natrosol 250H	0,6	$1,6 \times 10^{-4}$ - 58×10^{-4}
13	sable (stratifié)	$1,8 \times 10^{-5}$	45,0	Tylose MH-2000K	0,5	$2,7 \times 10^{-3}$ - 39×10^{-3}
14	sable (hétérogène)	$2,09 \times 10^{-5}$	37,0	Tylose MH-2000K	0,5	$2,0 \times 10^{-2}$ - $7,6 \times 10^{-2}$
15	sable (hom.consolidé)	$9,0 \times 10^{-8}$	38,0	Polyox 301	0,2	$2,5 \times 10^{-3}$ - 18×10^{-3}
16	sable (hom.consolidé)	$1,4 \times 10^{-6}$	38,0	Gomme adragante	1,5	$1,8 \times 10^{-7}$ - 130×10^{-7}
17	sable (hom.consolidé)	$6,6 \times 10^{-7}$	37,0	Gomme adragante	1,5	$1,0 \times 10^{-7}$ - 82×10^{-7}
18	sable (hom.consolidé)	$4,2 \times 10^{-5}$	45,0	Vistanex NM-L100	4,23 (xylène) (2)	$3,8 \times 10^{-4}$ - $12,3 \times 10^{-4}$

Tableau 7.1 - (suite)

Essai nº	Milieu Poreux	Perméabilité k, cm^2	Porosité ε, %	Polymère	Concentration sol, aqueuse (%)	Nombre de Reynolds Re_k
19	sable (hom.consolidé)	$3,1 \times 10^{-6}$	37,0	Vistanex NM-L100	4,23 (xylène) (2)	$9,5 \times 10^{-5}$ - $38,6 \times 10^{-5}$
20	sable (hom.consolidé)	$1,2 \times 10^{-6}$	36,0	Tylose C-1000	1,5	$4,5 \times 10^{-6}$ - 41×10^{-6}
21	sable (hom.consolidé)	$4,2 \times 10^{-5}$	45,0	Natrosol 250H	0,2	$5,5 \times 10^{-2}$ - 210×10^{-2}

(1) $Re_k = \dfrac{k^{1/2} q_z \rho}{\mu_{ef}}$, $\mu_{ef} = \dfrac{S_R^*}{4\Omega}$, $S_R^* = (2k)^{1/2} \left| \dfrac{\Delta P}{L} \right|$

(2) Présence des tensions normales constatée par visualisation du phénomène de "gonflement" apparaissant lorsque le fluide sort du tube capillaire.

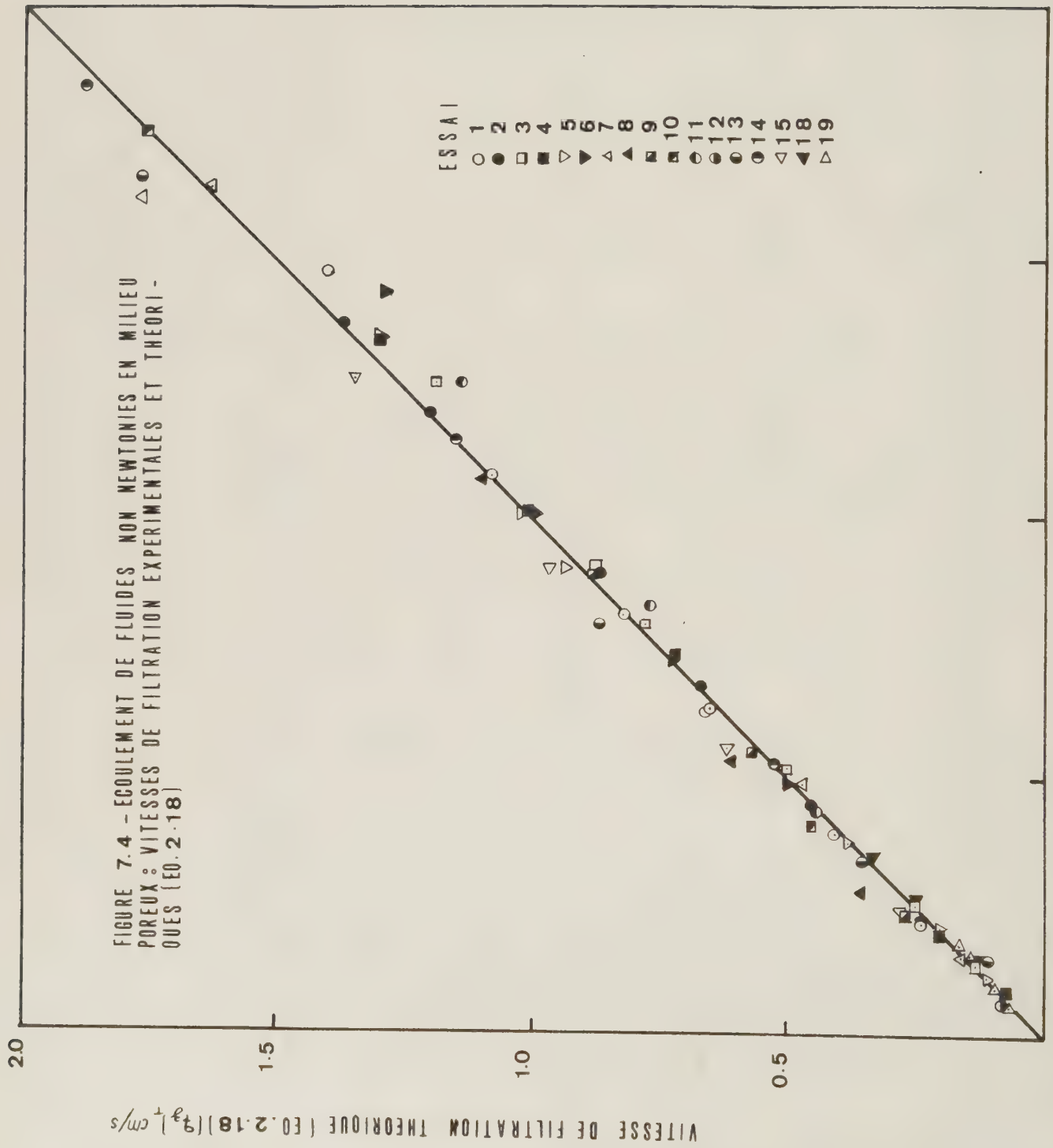


FIGURE 7.4 - ECOULEMENT DE FLUIDES NON NEWTONIES EN MILIEU POREUX : VITESSES DE FILTRATION EXPERIMENTALES ET THEORIQUES (EQ. 2.18)

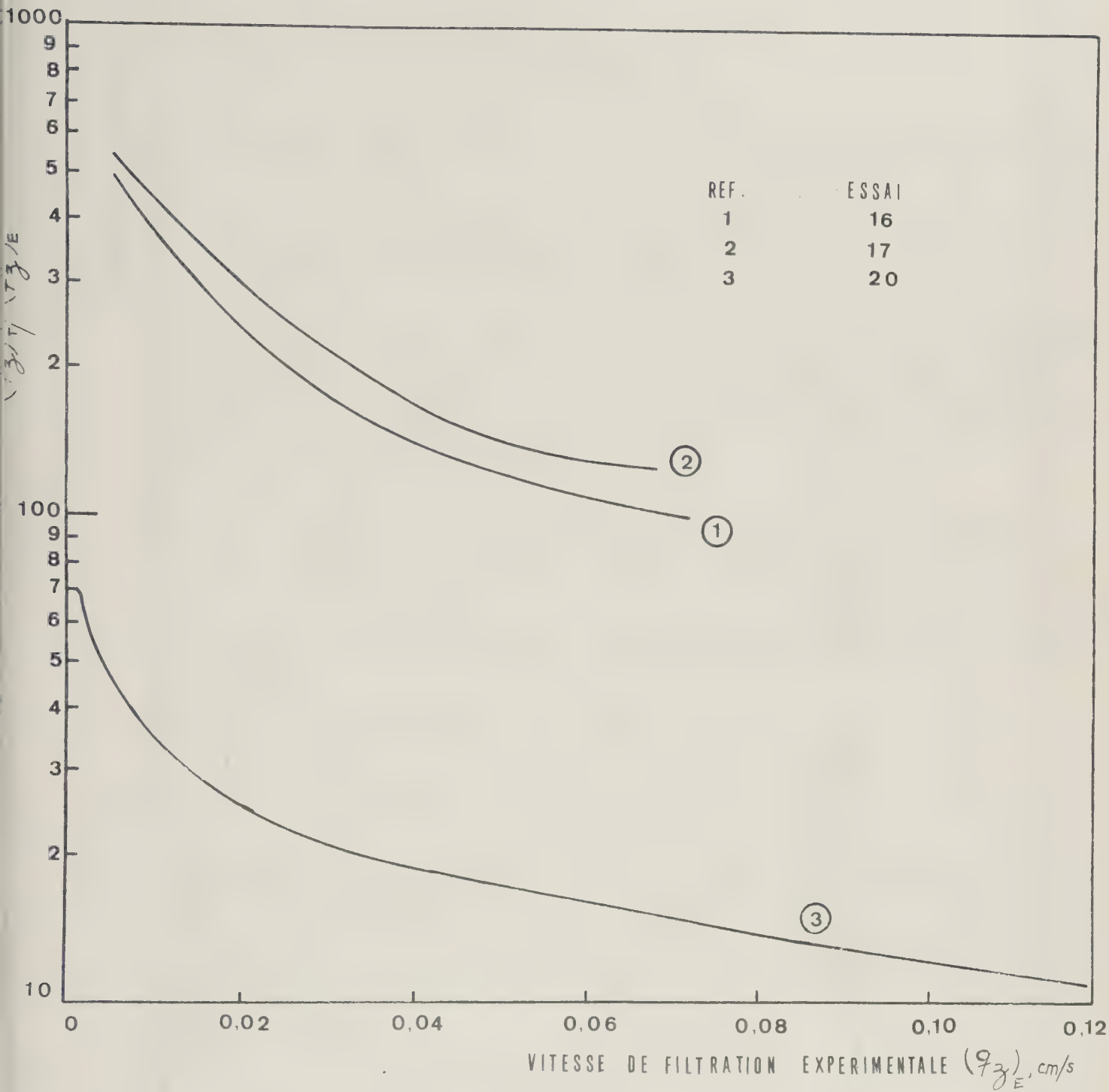


FIGURE 7·5 - ECOULEMENT NON-NEWTONIEN EN MILIEU POREUX : EFFETS DE REDUCTION APPARENTE DE PERMEABILITE

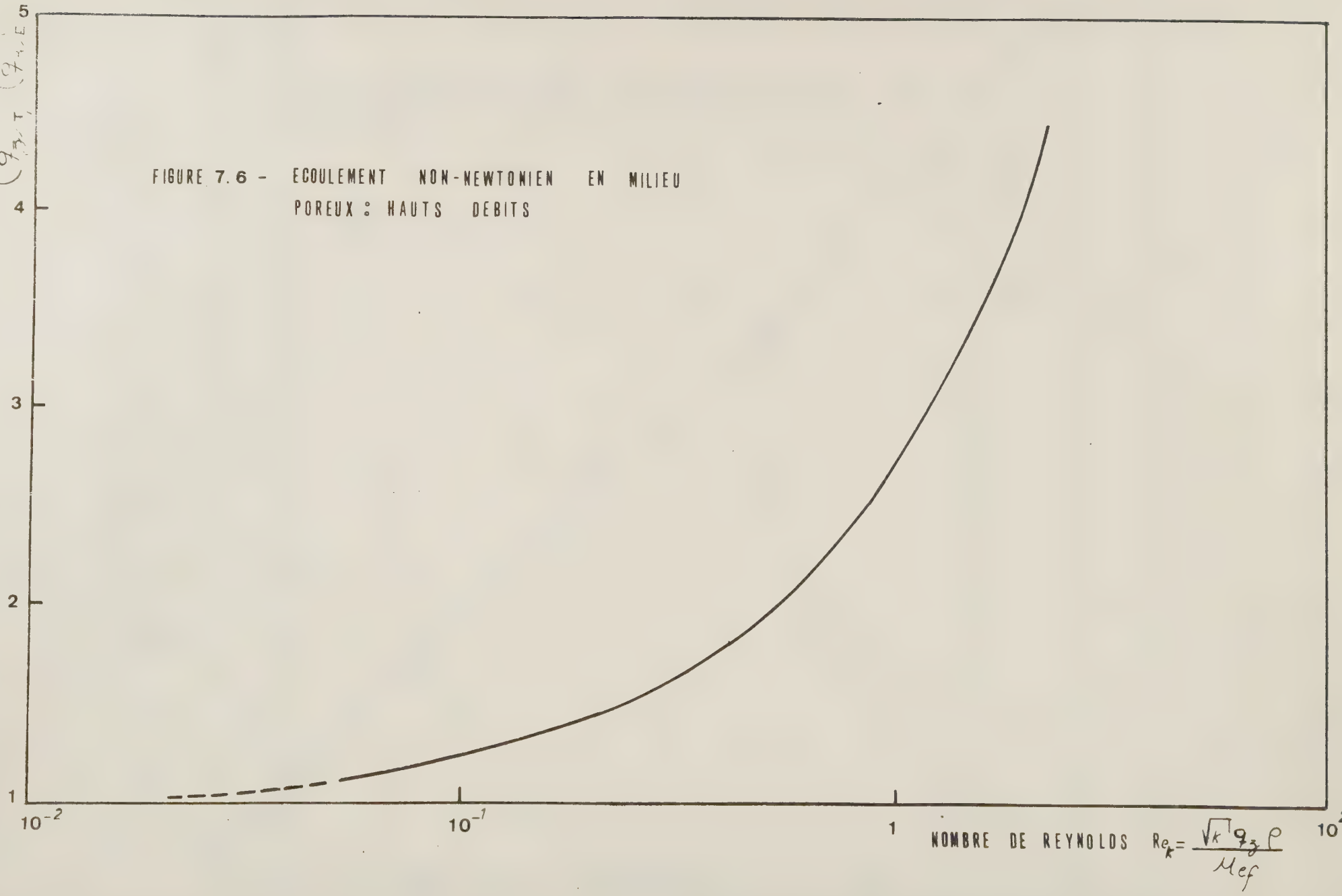


FIGURE 7.6 - ECOULEMENT NON-NEWTONIEN EN MILIEU POREUX : HAUTS DEBITS

CHAPITRE VIII

Écoulement à hauts débits à travers les milieux poreux

8.1 But de l'étude expérimentale

On a vu, au Chapitre III, que l'analogie avec l'écoulement au voisinage d'un corps immergé conduit, pour l'écoulement à hauts débits d'un fluide newtonien à travers les milieux poreux homogènes, au résultat suivant:

$$-\left(\frac{dp}{dz} - \rho g_z\right) = \frac{\mu q_z}{k} + \phi\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \frac{\rho q_z^2}{k^{1/2}} \qquad (3.24)$$

où ϕ est un facteur qui dépend des propriétés géométriques du milieu poreux.

La forme quadratique de FORCHEIMER

$$-\frac{d\mathbb{P}}{dz} = a\, q_z + b\, q_z^2 \qquad (1.46)$$

a déjà été souvent vérifié dans la littérature; nous nous proposons l'analyse expérimentale de b, qui doit nous conduire à la fonction ϕ. Cet étude peut être faite à travers des mesures de débit et de chute de pression suivant la forme intégrée de l'équation (3.24):

- pour les fluides incompressibles,

$$\frac{\left(\mathbb{P}_0 - \mathbb{P}_L\right)}{L} = \frac{\mu q_z}{k} + \phi\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \frac{\rho q_z^2}{k^{1/2}} \qquad (8.1)$$

- pour les gaz parfaits à écoulement isotherme

$$\frac{p_o - p_L}{L} = \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\mu \frac{w}{k} + \phi \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{w^2}{k^{1/2}} \right] \qquad (8.2)$$

où la densité moyenne $\bar{\rho}$ est

$$\bar{\rho} = \frac{p_o - p_L}{2}$$

et

$$w = \rho q_z$$

En écrivant les équations (8.1) et (8.2) sous une forme adimensionnelle il vient:

$$f_k = \frac{1}{Re_k} + c \qquad (8.3)$$

où

$$f_k = \frac{(-\Delta P)\, k^{1/2}\, \bar{\rho}}{L\, w^2}$$

$$Re_k = \frac{k^{1/2} w}{\mu}$$

$$c = \phi \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{1/2}$$

8.2 Installation expérimentale

L'installation employée dans l'étude de l'écoulement à hauts débits est identique à celle décrite au chapitre IV. Elle ne diffère que par le système de propulsion du fluide. Nous avons employé une pompe à engrenages(1) pour l'écoulement de l'eau et un compresseur(2) pour l'écoulement de gaz.

8.3 Résultats expérimentaux

Nos expériences ont été réalisées avec des milieux poreux homogènes consolidés et non consolidés de perméabilité variant entre $6,3 \times 10^{-8}$ et $4,5 \times 10^{-5} cm^2$ et de porosités situées entre 35 et 45%. Les fluides employés ont été l'air et l'eau et, dans plusieurs essais, il a été possible de dépasser $Re_k = 3$, ce qui nous laisse penser que la turbulence complète a été atteinte, comme nous l'avons mentionné au paragraphe (3.4). Quelques graphes de f_k en fonction du nombre de Reynolds Re_k sont présentés sur la figure (8.1).

Sur le tableau (8.1) sont résumés les résultats de 16 essais réalisés; des détails supplémentaires se trouvent à l'annexe C. Les valeurs de c, à l'aide desquelles il est possi-

---

(1) Pompe modèle C-40 de Bombas Bernet S.A. (Rio de Janeiro, Brésil)
(2) Compresseur modèle B-32 de Engenharia Barionkar Ind. Mec. Ltda. (São Paulo, Brésil).

ble obtenir ϕ, ont été calculés à partir de l'équation (8.3). On estime que l'erreur relative sur c est de l'ordre de 10%.

En plus de nos résultats, nous présentons au tableau (8.2) quelques données expérimentales, qu'il a été possible de réunir dans la bibliographie. Dans la plupart des cas ces données se réfèrent à des milieux granulés, mais aussi à des milieux constitués par des cylindres, des selles et anneaux, à des milieux consolidés, à des milieux fibreux, à des métaux poreux et même à un milieu simulé à deux dimensions. Les données relatives à des milieux de perméabilité inférieure à $10^{-9}cm^2$ et une porosité inférieure à 20% (KATZ - 1959) n'ont pas été inclues dans notre analyse, car elles présentent un fort degré d'incertitude.

Sur la figure (8.2) nous présentons le facteur ϕ en fonction de la perméabilité et de la porosité obtenue à partir des tableaux (8.1) et (8.2). L'analyse de la figure nous amène à conclure que le facteur ϕ peut être considéré comme dépendant seulement de la perméabilité. La relation entre ϕ et k peut être exprimée de la façon suivante:

$$\phi = 0,32\ (1 + 10^{-2}.k^{-0,40}),\ k \text{ en } cm^2 \qquad (8.4)$$

avec un écart type de 0,7 , calculé à partir de 55 points expérimentaux relatifs à des milieux poreux de perméabilité comprise entre 10^{-9} et $5 \times 10^{-3}cm^2$ et de porosité entre 20 et 90%.

Les coefficients de l'équation (8.4) ont été obtenus par approximations successives en appliquant la combinaison des méthodes de Newton-Raphson et des Moindres Carrés (SCARBOROUGH p. 545 - 1966). Le programme pour ordinateur IBM-1130, employé pour ce but, se trouve à l'annexe C.

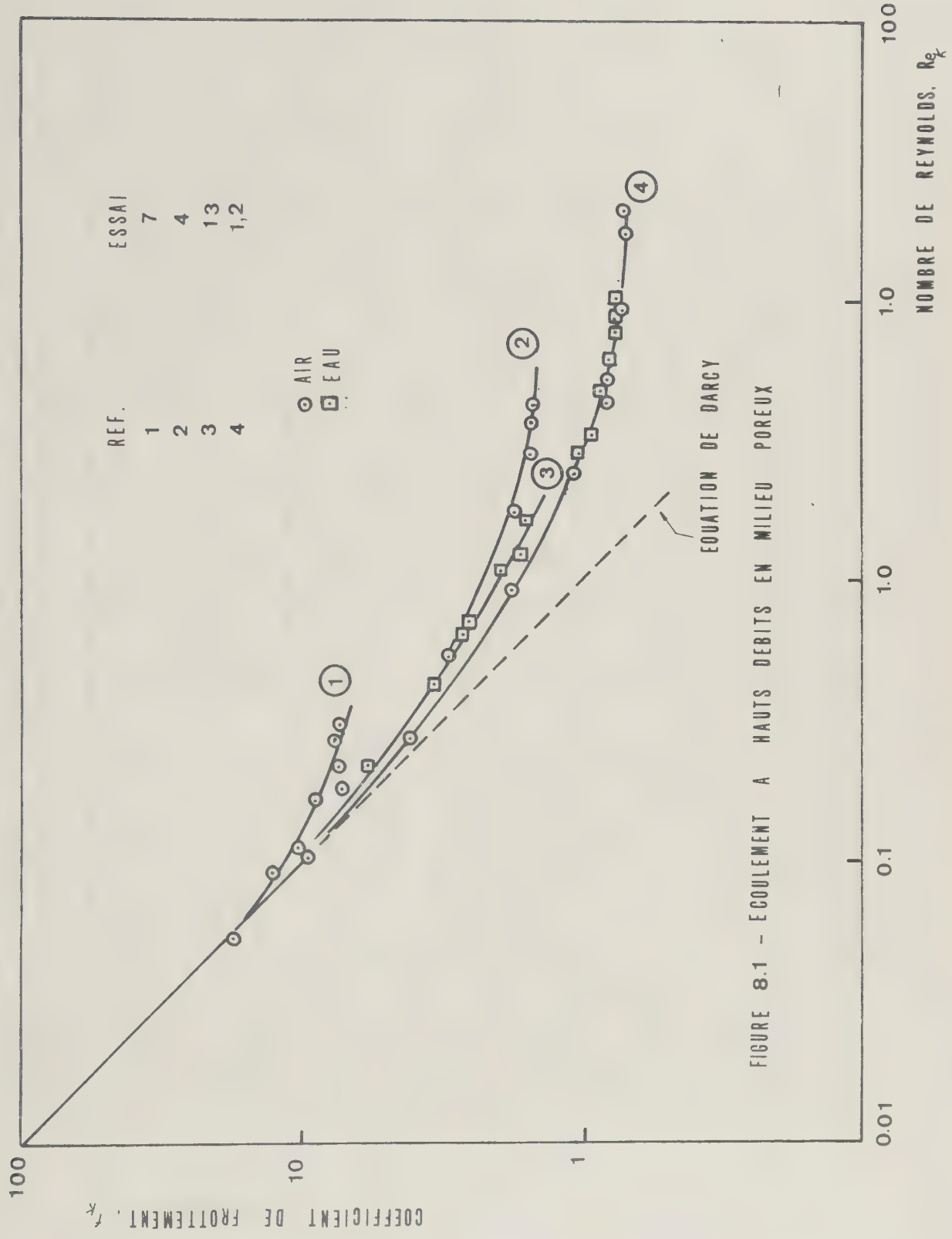


FIGURE 8.1 - ECOULEMENT A HAUTS DEBITS EN MILIEU POREUX

Tableau 8.1 - Ecoulement à hauts débits à travers des milieux poreux: données expérimentales (1)

Essai nº	Milieu Poreux	Perméabilité k (cm^2)	Porosité ε (%)	Fluide	$c = \phi\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$	ϕ	$Re_k = \frac{\sqrt{k}\, q_z \rho}{\mu}$
1	sable consolidé	$4,48 \times 10^{-5}$	45	eau	0,66	0,60	2,89 - 10,0
2	sable consolidé	$4,48 \times 10^{-5}$	45	air	0,65	0,58	0,110 - 20,0
3	sable consolidé	$2,18 \times 10^{-5}$	45	air	0,68	0,61	0,041 - 14,1
4	sable consolidé	$1,66 \times 10^{-6}$	40	air	1,18	0,97	0,015 - 4,12
5	sable consolidé	$1,52 \times 10^{-6}$	42	air	1,18	1,00	0,011 - 4,24
6	sable consolidé	$7,14 \times 10^{-7}$	38	air	1,70	1,33	0,012 - 2,63
7	sable consolidé	$6,30 \times 10^{-8}$	44	air	3,04	2,67	0,062 - 0,29
8	billes de verre non consolidées	$3,72 \times 10^{-5}$	36	air	0,65	0,48	0,089 - 18,40

Tableau 8.1 - (suite)

Essai nº	Milieu Poreux	Perméabilité k (cm^2)	Porosité ε (%)	Fluide	$c = \phi\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$	ϕ	$Re_k = \frac{\sqrt{k}q_z\rho}{\mu}$
9	billes de verre non consolidées	$3,72 \times 10^{-5}$	36	eau	0,76	0,57	3,29 - 8,74
10	sable consolidé	$3,40 \times 10^{-5}$	45	eau	0,63	0,57	1,92 - 8,23
11	sable consolidé	$2,37 \times 10^{-6}$	40	eau	1,30	1,06	0,21 - 0,90
12	sable consolidé	$3,52 \times 10^{-6}$	40	eau	1,20	0,98	0,31 - 2,40
13	sable consolidé	$2,09 \times 10^{-6}$	38	eau	1,05	0,83	0,22 - 1,64
14	sable consolidé	$4,78 \times 10^{-7}$	21	eau	5,14	2,72	0,15 - 0,41
15	bille de verre non consolidé	$3,08 \times 10^{-5}$	38	eau	0,64	0,50	1,28 - 7,23
16	alumine non-consolidée	$1,30 \times 10^{-7}$	75	air	0,78	1,35	0,38 - 0,73

(1) Résultats obtenus par M. HANSEN (1970) au laboratoire de la COPPE - UFRJ.

Tableau 8.2 - Ecoulement à hauts débits à travers des milieux poreux: données bibliographiques

Référence	Milieu Poreux	Perméabilité k (cm^2)	Porosité ε (%)	Fluide	$c = \phi\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$	ϕ
Green 1957	sphères	$1,96 \times 10^{-5}$	27,1	N_2	0,73	0,44
	sphères	$7,85 \times 10^{-5}$	27,0	N_2	0,72	0,44
	sphères	$1,24 \times 10^{-4}$	35,2	N_2	0,56	0,40
	sphères	$2,71 \times 10^{-4}$	39,7	N_2	0,40	0,32
	sphères	$3,80 \times 10^{-4}$	28,0	N_2	0,55	0,34
	toile métalique	$1,05 \times 10^{-5}$	63,0	gaz	0,25	0,34
	sphères	$2,61 \times 10^{-5}$	39,0	gaz	0,41	0,33
Ergun et Orning 1949	sphères	$4,94 \times 10^{-4}$	42,1	air	0,39	0,31
	sphères	$2,03 \times 10^{-5}$	37,5	air	0,71	0,56
	sphères	$3,04 \times 10^{-5}$	32,0	air	0,79	0,55
	sphères	$1,9 \times 10^{-6}$	33,0	CO_2	1,1	0,80
	sphères	$5,4 \times 10^{-6}$	36,0	N_2	1,0	0,75
	sphères	$3,35 \times 10^{-4}$	39,7	air	0,45	0,36

Tableau 8.2 (suite)

Référence	Milieu Poreux	Perméabilité k (cm^2)	Porosité ε (%)	Fluide	$c = \phi\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$	ϕ
Ergun et Orning 1949	selles de Berl	$2,4 \times 10^{-3}$	71,3	air	0,30	0,45
	selles de Berl	$4,3 \times 10^{-3}$	76	air	0,17	0,30
	anneaux Raschig	$3,34 \times 10^{-4}$	55	air	0,25	0,28
	sphères	$1,25 \times 10^{-5}$	26	eau	0,63	0,37
	sphères	$2,43 \times 10^{-6}$	35,2	CH_4	0,99	0,70
	sphères	$2,00 \times 10^{-6}$	37,5	N_2	0,68	0,52
Cornell et Katz 1953	Torpedo sandstone	$4,24 \times 10^{-9}$	22,7	gaz	12,5	6,80
	Torpedo sandstone	$5,08 \times 10^{-9}$	22,8	gaz	8,9	4,85
Green et Duwez 1951	métal poreux	$1,8 \times 10^{-9}$	32,7	N_2	20,7	14,5

Tableau 8.2 (suite)

Référence	Milieu Poreux	Perméabilité k (cm^2)	Porosité ε (%)	Fluide	$c = \phi\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$	ϕ
Lindquist 1965	sphères	$2,40 \times 10^{-4}$	39	eau	0,56	0,42
	sphères	$4,16 \times 10^{-4}$	39	eau	0,56	0,42
	sphères	$6,20 \times 10^{-4}$	39	eau	0,56	0,42
Chauveteau 1965	milieu simulé	$3,5 \times 10^{-3}$	38	liquides	0,44	0,39
	sphères	$6,4 \times 10^{-6}$	34	liquide	0,80	0,58
	sphères	$9,4 \times 10^{-5}$	35	liquide	0,61	0,43
England et Gunn - 1970	cylindres	$2,3 \times 10^{-4}$	35	liquide	0,82	0,60
	anneaux	$4,6 \times 10^{-4}$	53	liquide	0,58	0,58
	anneaux	$7,2 \times 10^{-4}$	70	liquide	0,46	0,69
Ward - 1964	formes granulaires	$1,36 - 337 \times 10^{-5}$	~40	eau	0,55	0,45
Valentin 1970	sable	$1,0 \times 10^{-4}$	32	eau	0,57	0,39
	baguettes	$8,4 \times 10^{-5}$	27	eau	1,13	0,68

Tableau 8.2 (suite)

Référence	Milieu Poreux	Perméabilité k (cm^2)	Porosité ε (%)	Fluide	$c = \phi\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$	ϕ
Beavers et Sparrow 1969	fibres métalliques	$1,5 \times 10^{-4}$	~93	eau	0,13	0,48
		$3,5 \times 10^{-4}$	~93	eau	0,078	0,29
		$7,8 \times 10^{-4}$	~93	eau	0,070	0,26
		$1,9 \times 10^{-3}$	~93	eau	0,073	0,27
		$3,0 \times 10^{-3}$	~93	eau	0,078	0,29

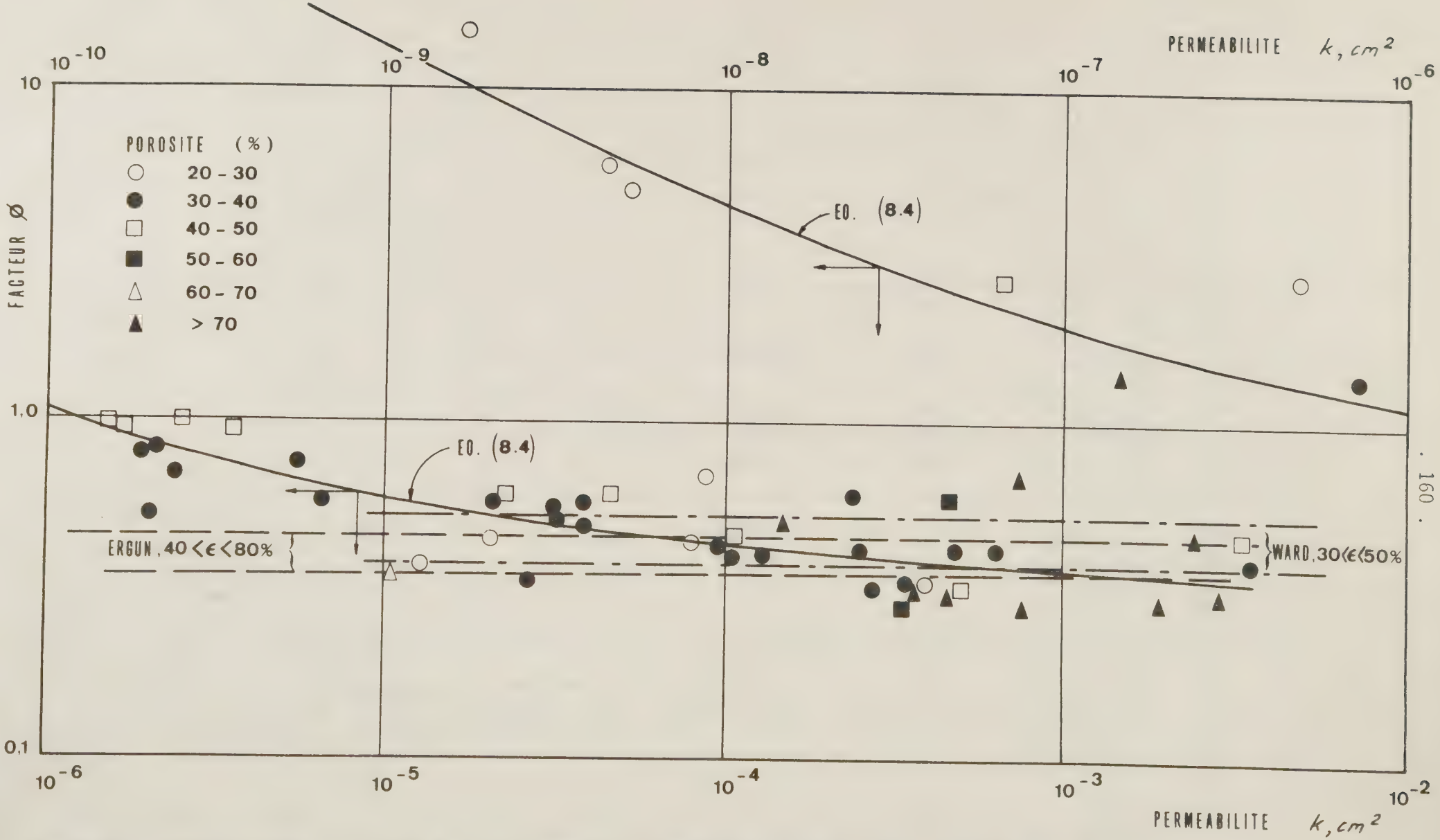


FIGURE 8.2 RELATION ENTRE LE FACTEUR Ø ET LES PROPRIETES GEOMETRIQUES DU MILIEU POREUX (DONNEES DES TABLEAUX 8.1 ET 8.2)

8.4 Conclusions

La relation entre le coefficient de frottement et le nombre de Reynolds pour l'écoulement unidimensionel, à hauts débits, d'un fluide newtonien, à travers les milieux poreux homogènes, est

$$f_k = \frac{1}{Re_k} + c \qquad (8.3)$$

où

$$f_k = \frac{-(\Delta P)k^{1/2}\rho}{L\, w^2}$$

$$Re_k = \frac{k^{1/2} w}{\mu}$$

$$c = \phi \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}}$$

et

$$\phi(k) = 0{,}32\ (1 + 10^{-2} .\ k^{-0{,}40})$$

pour $10^{-9} < k < 5.10^{-3} cm^2$ et $20 < \varepsilon < 90\%$.

Ce résultat a été obtenu à partir de l'analogie avec l'écoulement au voisinage d'un corps immergé, à l'aide de données expérimentales.

Nous allons, dans ce qui suit, analyser les conclusions de ERGUN (1952) et WARD (1964).

En combinant l'équation de Ergun, équation (2.20),

avec l'équation (8.3) il résulte un facteur ϕ

$$\phi(\varepsilon) = \frac{0,14}{\varepsilon(1-\varepsilon)^{1/2}}$$

qui est indépendant de la perméabilité et varie peu avec la porosité pour $\varepsilon \approx 50\%$. La figure (8.2) nous montre que l'équation de Ergun est valable pour des milieux de perméabilité supérieure à $5.10^{-5} cm^2$ et porosités de 40 à 80% ce qui correspond aux caractéristiques des colonnes à garnissage utilisées dans l'industrie chimique.

Selon WARD, le facteur c de l'équation (8.3) est une constante,

$$c = 0,55$$

et, donc,

$$\phi(\varepsilon) = 0,55 \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^{1/2}$$

La figure (8.2) indique que le résultat de WARD est valable pour des milieux de perméabilité supérieure à $10^{-5} cm^2$ et une porosité variant entre 25 et 40%, ce qui correspond aux caractéristiques des milieux constitués par des particules arrondies de diamètre supérieur à 1mm.

Enfin, nous pouvons remarquer, à l'aide de l'équation (8.3), que l'écart par rapport à l'équation de Darcy se produit pour des nombres de Reynolds d'autant plus bas que les perméabilités et les porosités sont plus faibles. Sur la figure (8.3) nous présentons le nombre de Reynolds limite,

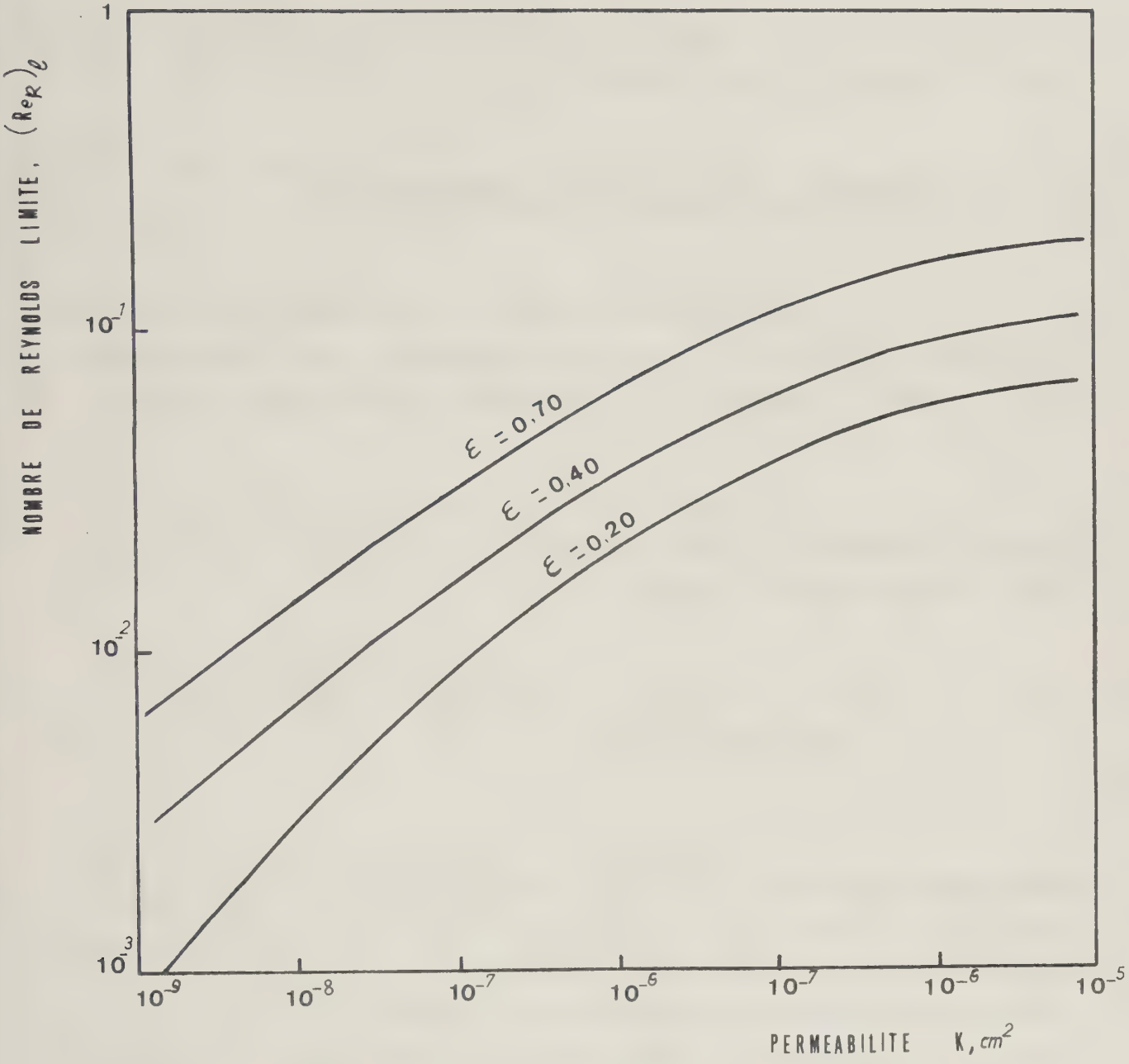


FIGURE 8.3 - NOMBRE DE REYNOLDS LIMITE EN FONCTION DE LA PERMEABILITE ET DE LA POROSITE DU MILIEU POREUX

$$(Re_k)_{\ell} = \frac{0,05}{c}$$

en fonction des propriétés géométriques du milieu poreux. Ce nombre de Reynolds a déjà été défini au chapitre III.

8.5 Une expérience avec un milieu hétérogène

Par analogie avec les résultats de l'étude de l'écoulement lent en milieu poreux hétérogène, nous sommes amenés à admettre que l'équation (3.24) est aussi valable pour ce type de milieu.

La vérification de cette hypothèse peut être faite à l'aide de la forme intégrale de l'équation (3.24), qui, pour un gaz parfait, s'écrit:

$$p(z) = p_o - \frac{1}{\bar{\rho}}\left[\mu w \int_o^z \frac{dz}{k} + w^2 \int_o^z \frac{\phi(k)\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}}{k^{1/2}}\, dz\right] \qquad (8.5)$$

L'expérience a été réalisée avec le milieu hétérogène du chapitre V, pour un écoulement d'air atteignant le nombre de Reynolds $Re_k = 0,1$, calculé avec la perméabilité moyenne. La comparaison entre la distribution expérimentale et la distribution théorique de pression est présentée sur la figure (8.4), laquelle nous permet de confirmer l'hypothèse formulée ci-dessus. Sur cette figure, nous montrons aussi que la distribution de pression obtenue à partir de l'équation (5.1), c'est-à-dire, en admettant que l'écoulement est darcyen, est assez éloignée de la distribution expérimentale.

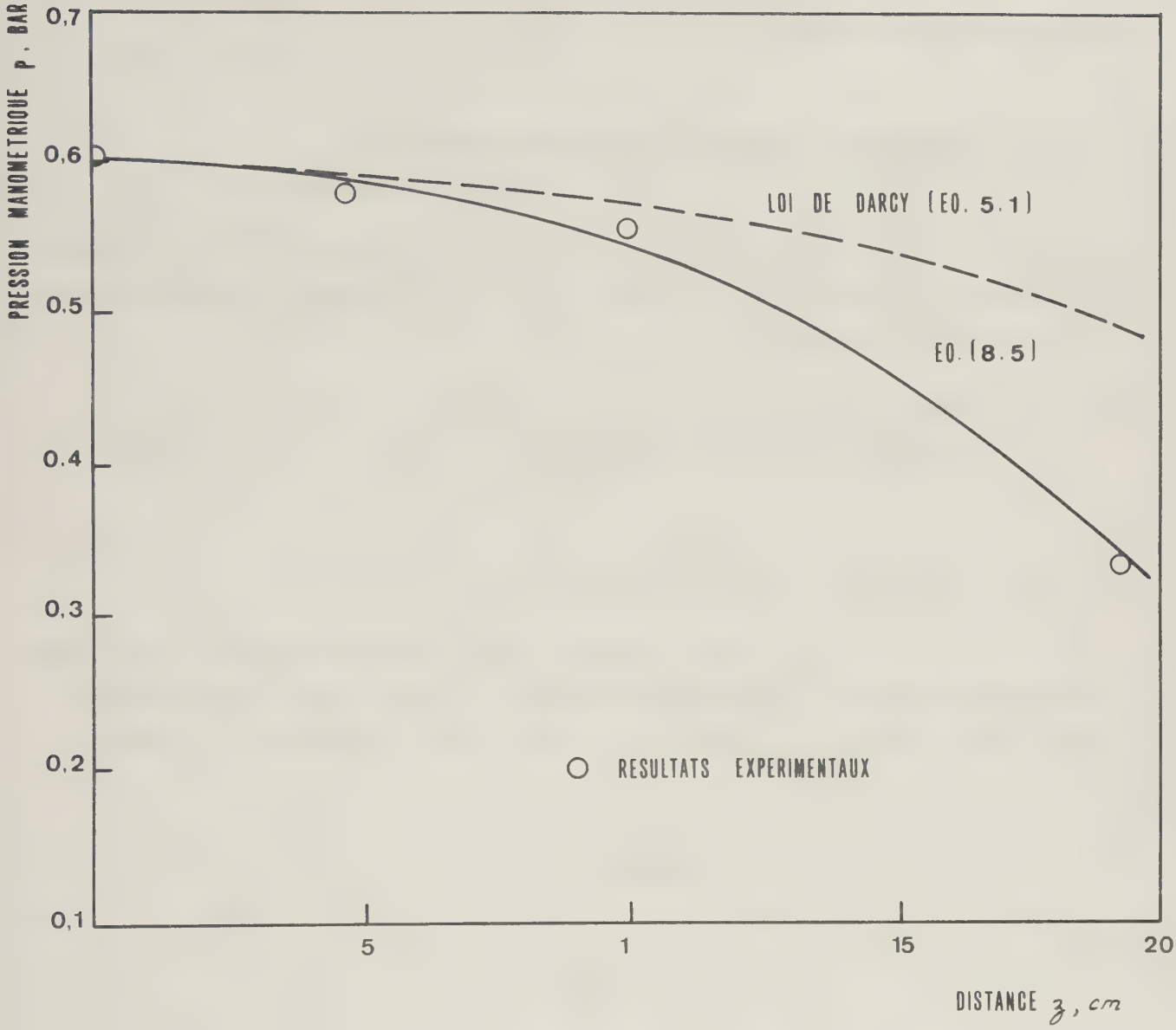


FIGURE 8.4 - ECOULEMENT A HAUT DEBIT A TRAVERS UN MILIEU HETEROGENE

Les détails de l'expérience se trouvent au paragraphe C.3 de l'annexe C.

8.6 Une expérience avec un fluide non newtonien

Les conclusions sur l'écoulement à hauts débits d'un fluide newtonien nous amène, pour les fluides non newtoniens, à l'extension suivante:

$$-\frac{d\mathbb{P}}{dz} = \frac{\mu_{ef}}{k} q_z + \frac{\phi(k)}{k^{1/2}} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/2} \rho q_z^2 \qquad (8.6)$$

où μ_{ef} est une viscosité effective.

La difficulté qui apparait maintenant est la détermination de la viscosité effective. Comme dans l'écoulement lent, nous faisons l'hypothèse qu'elle est donnée par l'expression:

$$\mu_{ef} = \frac{S_R^*}{4\Omega(S_R^*)} \qquad (8.7)$$

où

$$S_R^* = (2k)^{1/2} \left|\frac{d\mathbb{P}}{dz}\right|$$

et Ω est la fonction rhéologique définie par l'équation (2.16). On peut vérifier cette hypothèse à partir des résultats de l'essai 21 utilisant la solution non newtonienne de Natrosol 250H (voir annexe B).

La figure (8.5) nous montre que les valeurs de

vitesse de filtration calculées à partir des équations (8.6) et (8.7) sont assez écartées des résultats expérimentaux. Apparamment, l'équation (8.7) conduit à des valeurs de viscosité effective inférieures aux valeurs réelles.

En considérant la possibilité de déterminer μ_{ef} par une extension des résultats obtenus pour l'écoulement de fluides non newtoniens au voisinage des corps immergés, nous notons que ces résultats sont peu fréquents dans la littérature et se réfèrent à l'écoulement lent (TURIAN - 1967).

Le sujet abordé dans ce paragraphe reste donc ouvert tant du point du vue théorique qu'expérimental.

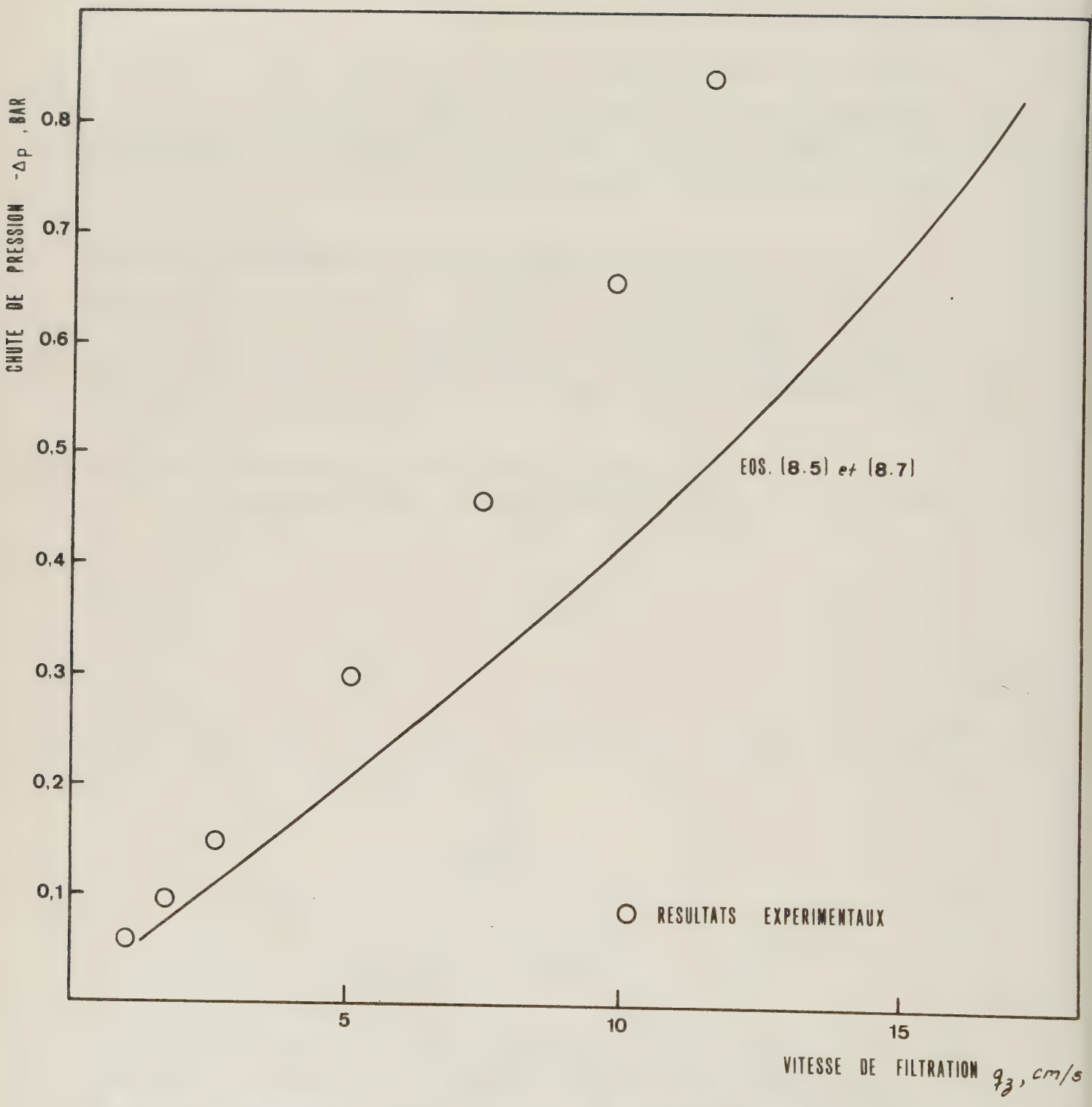


FIGURE 8.5 - ECOULEMENT A HAUT DEBIT D'UN FLUIDE NON-NEWTONIEN (ESSAI NO. 21)

CONCLUSIONS

(1) A partir des équations fondamentales de la mécanique des fluides nous avons écrit les équations de continuité et du mouvement pour l'écoulement monophasique à travers un milieu poreux rigide d'un fluide "simple" de Noll. Ces équations sont exprimées en termes de grandeurs "macroscopiques locales", que nous cherchons à associer aux grandeurs "mesurables" expérimentalement. Parmi celles-ci, définies à partir des propriétés "microscopiques" citons la porosité, la pression du fluide et la vitesse de filtration.

(2) Nous avons montré que pour l'écoulement uniforme ainsi que pour l'écoulement lent, qui correspondent aux cas courants d'importance technologique, l'équation du mouvement se réduit à l'équation généralisée de Darcy

$$-(\underline{\nabla} p - \rho \underline{f}) = \underline{m}$$

où $\underline{m}$ exprime la force exercée par le solide sur le fluide, par unité de volume de fluide.

(3) En faisant certaines hypothèses sur $\underline{m}$, nous sommes arrivés à la forme:

$$\underline{m} = \underline{R}^* \underline{q} + \underline{r}(\underline{q})||\underline{q}||, \qquad \lim_{||\underline{q}|| \to 0} \underline{r}(\underline{q}) = \underline{0}$$

Nous avons défini le tenseur de perméabilité comme étant l'inverse de $\underline{R}^*$.

Ce résultat nous montre que l'équation classique de Darcy,

$$\underline{m} = \underline{R}^* \underline{q}$$

est vérifiée pour des faibles débits.

Dans le cas des milieux isotropes, la vérification du principe de l'invariance lors des changements de coordonnées, conduit à l'équation suivante pour $\underline{m}$:

$$\underline{m} = R^* \psi (||\underline{q}||) \underline{q} \quad , \quad \psi(0) = 1$$

(4) Une fois établie la forme de l'expression de $\underline{m}$, nous avons cherché à déterminer ψ pour l'écoulement non-isotherme, pour l'écoulement à travers un milieu hétérogène, pour l'écoulement des fluides "simples" de Noll et pour l'écoulement à hauts débits.

Dans ce sens, nous avons fait usage des analogies entre l'écoulement en milieu poreux et l'écoulement en tuyaux et au voisinage des corps immergés: la première concerne l'écoulement lent et la deuxième s'applique à l'écoulement à hauts débits afin de tenir compte des effets de l'inertie et de la turbulence. Mais du fait de la complexité géométrique inhérente aux milieux poreux, ces analogies ont apporté des résultats essentiellement qualitatifs et il a été nécessaire de recourir à l'expérience pour arriver aux résultats finaux.

(5) Quant à la partie expérimentale, nous avons développé une téchnique pour la préparation de milieux poreux de sable consolidés avec un adhésif à base de résine époxide.

Grâce à cette technique nous avons pu obtenir des mi-

lieux non seulement homogènes, mais aussi stratifiés, hétérogènes et anisotropes.

Dans le cas des milieux homogènes il a été possible de prévoir les propriétés géométriques à partir de la connaissance des dimensions des particules et du pourcentage d'adhésif additionné.

Le milieu de sable consolidé artificiellement, en plus de l'avantage de simuler un milieu naturel d'une certaine complexité, permet une expérimentation précise, puisque sont éliminés dans les conditions de l'écoulement, les possibilités de formation de canaux ou les effets de compactage et de fluidisation.

(6) Pour l'écoulement lent, nous avons effectué la critique expérimentale de l'équation généralisée de Darcy obtenue précédemment par voie théorique.

L'équation

$$-(\underline{\nabla} p - \rho \underline{f}) = \frac{\mu(\underline{x})}{k(\underline{x})} \underline{q}$$

rassemble les résultats concernant les écoulements en milieu hétérogène (la perméabilité variant avec la position) et les écoulements non isothermes (la viscosité dépendant de la position par l'intermédiaire de la température).

Pour l'écoulement d'un fluide "simple" de Noll, l'expérience a prouvé la validité de l'équation

$$\underline{q} = - \frac{2(2k)^{1/2}}{||\underline{h}||} \Omega \underline{h}$$

où

$$\underline{h} = (\underline{\nabla} p - \rho \underline{f})$$

et

$$\Omega = \int_0^1 y^2 \, F\left[y(2k)^{1/2} \, ||\underline{h}|| \right] dy$$

est une fonction rhéologique qui peut être déterminée facilement par des essais avec des tubes capillaires.

(7) Enfin, pour l'écoulement à hauts débits de fluides newtoniens, l'ensemble des résultats expérimentaux antérieurs et les nôtres nous ont conduit à l'équation généralisée

$$-(\underline{\nabla} p - \rho \underline{f}) = \left[\frac{\mu}{k} + \phi(k) \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{\rho}{\sqrt{k}} \, ||\underline{q}|| \right] \underline{q}$$

où la fonction ϕ s'exprime par

$$\phi = 0{,}32 \, (1 + 10^{-2} . \, k^{-0{,}40})$$

pour $10^{-9} < k < 5.10^{-3} cm^2$ et $20 < \varepsilon < 90\%$, avec un écart type de 0,7.

Nous pouvons remarquer à l'aide de ces conclusions que l'écart par rapport à la loi de Darcy se produit pour des nombres de Reynolds d'autant plus petits que les perméabilités et les porosités sont plus faibles.

(8) Certains points de notre travail semblent mériter une analyse plus approfondie.

Tout d'abord nous signalerons le problème de l'écoulement à travers les milieux poreux anisotropes: la nature du tenseur de perméabilité doit être soigneusement établie.

En ce qui concerne l'écoulement de fluides non newtoniens, il n'a pas encore été possible d'expliquer le blocage apparent des pores qui a lieu au cours d'un écoulement très lent de certains fluides. Nous serions tentés d'admettre qu'il existe une analogie entre ce phénomène et celui qui se produit dans l'écoulement de l'eau à travers les argiles. Par ailleurs, on ne connaît pas encore de théorie permettant de prévoir la viscosité effective dans un écoulement à grand débit de fluide newtonien.

Malgré son importance technologique, comme c'est le cas de la filtration dans l'industrie chimique, l'étude de l'écoulement à travers un milieu qui se déforme continuellement par compression reste encore tout à fait empirique. Il paraît cependant évident, d'après le petit nombre d'expériences réalisées, que les propriétés du milieu poreux varient selon l'histoire du processus de compression.

Finalement nous pouvons remarquer que l'étude de l'écoulement à plusieurs phases dans un milieu poreux reste encore un domaine à explorer. L'un des aspects particulièrement importants est l'écoulement à hauts débits, dont la connaissance serait possible par extension des résultats que nous avons obtenus pour l'écoulement monophasique.

ANNEXE A - Ecoulement non isotherme en milieu poreux

A.1 - Propriétés physiques de l'huile SAE-40, Texaco - Havoline - Motor Oil

Température T (^{0}C)	Viscosité (1) μ (cp)
33,1	204
38,0	154
43,3	113
48,8	85,6
54,0	70,0
58,5	56,4
63,0	46,9
$\mu = 2{,}75(T/30)^{-2{,}42}$ poise	

Température T (^{0}C)	Masse spécifique ρ (g/cm^3)
34,0	0,880
38,0	0,877
40,0	0,875
46,0	0,872
49,0	0,870
56,0	0,867
59,0	0,865
$\rho = 0{,}87$ g/cm^3	

(1) Mesures avec viscosimètre à chute de bille modèle B de Gebrüder Haake(Berlin, Allemagne) utilisant un bain isotherme également de Gebrüder Haake.

A.2 - Influence de la température sur la perméabilité géométrique des milieux poreux consolidés artificiellement.

Milieu de sphères de verre, ϕ = 1mm, consolidé avec 1% d'araldite

Température T, ^0C	Perméabilité k, cm^2
30	$5,45 \times 10^{-6}$
40	5,55
50	5,49
60	5,53
70	5,40

Milieu de sphères de verre, ϕ = 0,5mm, consolidé avec 3% d'araldite

Température T, ^0C	Perméabilité k, cm^2
20,5	$6,37 \times 10^{-7}$
21,5	6,36
45,5	6,35
70,0	6,38
87,5	5,82
90,0	6,10

Les expériences ont été réalisées avec l'eau, dont la température a été soigneusement controlée par un bain i-

sotherme. La cellule d'expérimentation a été, elle aussi, maintenue à température constante par une chemise d'eau.

On conclue que pour la gamme des températures étudiées, la perméabilité reste constante, c'est-à-dire que la déformation du milieu poreux n'est pas appreciable. En effet, on pourrait à priori prévoir deux effets contraires. Si le milieu poreux peut se dilater librement, les dimensions evoluaient de la même façon dans toutes les directions, la porosité reste la même, mais la dimension caractéristique des pores augmente et donc la perméabilité aussi. Au contraire,si l'enceinte du milieu poreux ne se dilate pas, les particules en gouflant diminuent l'espace poreux - la porosité diminue et avec elle la perméabilité.

ANNEXE B - Ecoulement d'un fluide non newtonien à travers un milieu poreux

B.1 - Calibrage des capillaires.

Le calibrage des capillaires a été fait au moyen de l'équation de Poiseuille:

$$D^4 = \frac{128\mu L W}{\pi\rho(-\Delta p)}$$

une fois obtenues expérimentalement les valeurs de la chute de pression et du débit dans l'écoulement d'une solution aqueuse de glycérine de propriétés connues.

Nous présentons ci-dessous les données relatives au calibrage de tube capillaire de diamètre interne nominal égal à 1mm,avec une distance entre prises de pression de 25,1cm (expériences faites avec tube capillaire immergé dans un bain isotherme).

W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$-\Delta p/W$ (bar/(g/s))
0,0354	0,181	5,15
0,0795	0,408	5,13
0,112	0,568	5,08
0,133	0,675	5,08

$(-\Delta p/W)_{moyen} = 5,11$ bar/(g/s)

$\mu = 56,4$cp

$\rho = 1,184 g/cm^3$

$D = 0,984$mm

On estime que l'erreur sur la valeur de D obtenue par cette méthode est inférieure à 1%.

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n° 1

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose MH - 2000K

Concentration du produit dans l'eau (%): 1

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 66%: 9-14; 34%: 14-28

Concentration d'araldite (%):5

Longueur du milieu (cm): L = 3

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): k = $5,95 \times 10^{-6}$

Porosité (%): ε = 44

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	-Δp (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^2 cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0222	0,015	24,1	7,31
0,0518	0,037	54,9	17,2
0,115	0,066	108	37,8
0,216	0,111	182	71,2
0,344	0,157	256	112
0,467	0,194	316	154
0,722	0,260	424	238
1,24	0,386	631	410
2,19	0,498	815	722

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	-Δp (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^2 cm)	$q_z = 2(2k)^{1/}$ (cm/s)
0,212	0,090	104	0,240
0,384	0,135	156	0,406
0,631	0,191	222	0,651
0,809	0,230	266	0,823
1,08	0,275	318	1,08
1,48	0,337	390	1,40

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 2

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose MH- 2000K

Concentration du produit dans l'eau (%): 1

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 8-9

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 20

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 4,2 \times 10^{-5}$

Porosité (%): $\varepsilon = 45$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): $L_c = 30,5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^{2}cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (l/s)
		essai nº 1	

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^{2}cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,220	0,088	40,9	0,238
0,224	0,088	40,9	0,238
0,445	0,158	73,3	0,448
0,673	0,224	104	0,668
0,889	0,280	129	0,872
1,20	0,348	161	1,20
1,38	0,385	179	1,37

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 3

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose MH-2000K

Concentration du produit dans l'eau (%): 1

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: bille de verre

Tamis, système Tyler: 9-14

Concentration d'araldite (%): 0

Longueur du milieu (cm): L = 16,8

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): k = 2,05 x 10^{-5}

Porosité (%): ε = 35,5

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^{2}cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
		essai nº 1	

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^{2}cm)	$q_z = 2(2k)^1$ (cm/s)
0,136	0,091	34,9	0,138
0,257	0,158	60,7	0,252
0,512	0,282	108	0,500
0,795	0,394	152	0,778
0,905	0,431	166	0,872
1,26	0,545	210	1,19

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n° 4

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose C1000

Concentration du produit dans l'eau (%): 1,5

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 1,00

MILIEU POREUX

Matériel: bille de verre

Tamis, système Tyler: 8-9

Concentration d'araldite (%): 0

Longueur du milieu (cm): L = 18,1

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): k = $3,47 \times 10^{-5}$

Porosité (%): ε = 36,7

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires				Ecoulement en milieu poreux			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^{2}cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)	$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^{2}cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,0164	0,012	19,4	5,41	0,084	0,022	17,0	0,077
0,0672	0,038	62,7	22,3	0,193	0,054	40,6	0,203
0,140	0,078	127	46,1	0,447	0,103	78,4	0,450
0,810	0,293	478	267	0,729	0,153	116	0,723
1,31	0,425	694	432	1,11	0,211	160	1,08
				1,34	0,246	186	1,30

B .2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 5

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose C1000

Concentration du produit dans l'eau (%): 1,5

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 1,00

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler:9-14

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 18,1

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 2{,}19 \times 10^{-5}$

Porosité (%): $\varepsilon = 46{,}3$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^{2}cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0196	0,013	22,0	6,45
0,0606	0,040	67,5	20,0
0,0906	0,051	84,0	29,9
0,270	0,145	237	89,0
0,666	0,298	487	219
1,09	0,436	711	359

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^{2}cm)	$q_z = 2(2k)$ (cm/s)
0,116	0,042	34,6	0,128
0,206	0,063	51,9	0,198
0,371	0,109	89,8	0,378
0,896	0,235	193	0,943
1,12	0,282	231	1,17
1,34	0,325	266	1,36

B .2 Résultats expérimentaux

ESSAI n° 6

FLUIDE NON NEWTONIEN
Nom: Tylose C1000
Concentration du produit dans l'eau (%): 1,5
Température (°C): 27,3
Masse spécifique (g/cm³): 1,00

MILIEU POREUX
Matériel: Sable
Tamis, système Tyler: 8-9
Concentration d'araldite (%): 15
Longueur du milieu (cm): L = 8,1
Aire de la section droite (cm²): A = 18,1
Perméabilité (cm²): $k = 7,7 \times 10^{-6}$
Porosité (%): $\varepsilon = 31,6$

TUBE CAPILLAIRE
Rayon (cm): R = 0,0988
Longueur (cm): $L_c = 30,5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (l/s)
0,0384	0,012	19,2	12,6
0,111	0,037	60,1	36,6
0,317	0,095	155	104
0,637	0,181	294	206
1,14	0,339	552	377

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,484	0,201	97,5	0,503
0,718	0,277	135	0,723
1,04	0,376	183	1,00
1,44	0,492	239	1,29

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº7

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Polyox WSR-301

Concentration du produit dans l'eau (%): 1

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 100-200

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 2,0

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 7,96 \times 10^{-8}$

Porosité (%): ε = 38

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^2 cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0425	0,012	19,4	14,0
0,183	0,043	70,0	60,4
0,460	0,086	141	152
0,838	0,136	222	276
2,00	0,244	399	658

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^2 cm)	$q_z = 2(2k)^n$ (cm/s)
0,152	0,135	12,8	0,166
0,486	0,326	28,3	0,469
1,11	0,606	68,7	1,08
1,65	0,828	174	1,63

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n° 8

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Natrosol 250H

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,6

Température (°C): 27

Masse spécifique (g/cm³): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): $L = 2,0$

Aire de la section droite (cm²): $A = 18,1$

Perméabilité (cm²): $k = 1,38 \times 10^{-6}$

Porosité (%): $\varepsilon = 38$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): $R = 0,0988$

Longueur (cm): $L_c = 30,5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0537	0,013	21,6	17,7
0,210	0,040	65,7	69,3
0,555	0,084	138	183
1,55	0,169	276	511
2,65	0,235	384	874

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,275	0,103	86,6	0,353
0,524	0,158	133	0,612
1,07	0,249	210	1,13
1,63	0,335	282	1,77

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n9 9

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Natrosol 250H

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,6

Température (^{0}C): 27

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 5,47%(9-14);32,92%(14-28);37,65%(28-35);9,78%(35-48);
12,40%(48-100);1,73%(100-200

Concentration d'araldite (%): 10

Longueur du milieu (cm): $L = 2,0$

Aire de la section droite (cm^2): $A = 18,1$

Perméabilité (cm^2): $k = 2,18 \times 10^{-7}$

Porosité (%): $\varepsilon = 20,2$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): $R = 0,0988$

Longueur (cm): $L_c = 30,5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^2 cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,119	0,013	21,6	39,1
0,326	0,033	53,9	107
0,750	0,068	111	248
1,20	0,100	164	398
2,52	0,180	293	830

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^2 cm)	$q_z = 2(2k)^{1/}$ (cm/s)
0,230	0,284	94,6	0,273
0,537	0,528	176	0,568
0,883	0,754	251	0,889

B 2 Résultats expérimentaux

ESSAI n° 10

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Natrosol 250H

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,6

Température (°C): 27

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 100-200

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 2,0

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 9,04 \times 10^{-8}$

Porosité (%): $\varepsilon = 38$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): $R = 0,0988^{+}$ et $0,0492^{++}$

Longueur (cm): $L_c = 30,5^{+}$ et $25,1^{++}$

Détermination avec les tubes capillaires				Ecoulement en milieu poreux			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ ($g/s^2 cm$)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)	$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ ($g/s^2 cm$)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,0965	0,015	25,0	31,8 $^{+}$	0,400	0,186	40,0	0,446
0,246	0,036	59,0	81,1 $^{+}$	0,905	0,342	73,3	0,944
0,294	0,041	67,0	97,0 $^{+}$	1,76	0,561	120	1,76
1,08	0,113	185,0	356 $^{+}$	2,99	0,826	177	2,97
2,65	0,208	340	874 $^{+}$				
0,299	0,342	338	801 $^{++}$				
0,605	0,538	532	1162 $^{++}$				
1,20	0,833	823	3212 $^{++}$				

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 11

FLUIDE NON NEWTONIEN
Nom: Natrosol 250H
Concentration du produit dans l'eau (%): 0,6
Température (°C):27
Masse spécifique (g/cm³):0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: 8-9
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): L =20
Aire de la section droite (cm²): A = 18,1
Perméabilité (cm²): $k = 4,2 \times 10^{-5}$
Porosité (%): ε = 45,3

TUBE CAPILLAIRE
Rayon (cm): R = 0,0988 et 0,0492
Longueur (cm): L_c = 30,5 et 25,1

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	-Δp (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
		essai nº10	

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	-Δp (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}$ (cm/s)
0,430	0,040	18,6	0,442
0,833	0,070	32,3	0,773
1,26	0,099	45,8	1,14

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 12

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Natrosol 250H

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,6

Température (°C): 27

Masse spécifique (g/cm³): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 48-100

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 2,0

Aire de la section droite (cm²): A = 18,1

Perméabilité (cm²): $k = 3,44 \times 10^{-7}$

Porosité (%): $\varepsilon = 36,5$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): $L_c = 30,5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
		essai nº 10	

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,0662	0,091	38,1	0,084
0,242	0,230	96,0	0,260
0,623	0,462	193	0,657
1,06	0,669	280	1,10

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 13

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose MH-2000K

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,5

Température (°C):27

Masse spécifique (g/cm³): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel:sable (stratifié)

Tamis, système Tyler:couche 1: 9-14; couche 2: 8-9; couche 3: { 66% 9-14 / 34% 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 7,2; 8,1 et 4,7

Aire de la section droite (cm²): A = 18,1

Perméabilité (cm²): k = 1,81 x 10^{-5}; 3,57 x 10^{-5}; 0,97 x 10^{-5}

Porosité (%): ε = 45

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
w (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{w}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0464	0,009	14,0	15,3
0,169	0,026	43,1	55,6
0,487	0,065	106	161
0,853	0,104	169	281
1,264	0,140	230	417

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1}$ (cm/s)
0,152	0,041	12,3	0,161
0,331	0,083	24,9	0,355
0,789	0,181	54,2	0,877
1,67	0,331	99,4	1,77

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 14

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose MH-2000K

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,5

Température (°C): 27

Masse spécifique (g/cm³): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable (hétérogène)

Tamis, système Tyler: 8-9 et 75% 9-14; 25% 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 30

Aire de la section droite (cm²): A = 18,1

Perméabilité (cm²): $k = 3{,}17 \times 10^{-5}(0{,}97 + 0{,}028z)$, $\bar{k} = 2{,}09 \times 10^{-5}$

Porosité (%): $\varepsilon = 37$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): $L_c = 30{,}5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,238	0,047	35,5	78,5
0,725	0,056	91,5	238
1,64	0,119	194	541
2,57	0,176	286	846

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,519	0,090	19,5	0.526
1,14	0,182	39,6	1,15
1,84	0,282	61,5	1,88

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 15

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Polyox 301

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,2

Température (°C): 27

Masse spécifique (g/cm³): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 100-200

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 2

Aire de la section droite (cm²): A = 18,1

Perméabilité (cm²): $k = 9{,}05 \times 10^{-8}$

Porosité (%): $\varepsilon = 38$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): $L_c = 30{,}5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	-Δp (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,331	0,007	11,8	110
0,542	0,011	18,2	180
1,73	0,031	50,0	572
2,02	0,037	60,0	668
3,94	0,065	106	1304
7,87	0,122	200	2608

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	-Δp (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}$ (cm/s)
0,237	0,143	32,1	0,283
0,552	0,286	64,4	0,623
0,900	0,428	96,2	0,971
1,27	0,581	130	1,35

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n°16

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Gomme adragante

Concentration du produit dans l'eau (%): 1,5

Température (°C): 27,3

Masse spécifique (g/cm³): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 1,95

Aire de la section droite (cm²): A = 18,1

Perméabilité (cm²): $k = 1,41 \times 10^{-6}$

Porosité (%): ϵ = 38

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0953	0,019	31,2	30,7
0,247	0,040	65,7	79,5
0,449	0,061	99,1	144
0,809	0,090	147	260
1,32	0,125	205	436
2,38	0,187	307	766
6,60	0,355	580	2178

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}$ (cm/s)
0,00662	0,401	350	3,30
0,0140	0,474	413	4,26
0,0267	0,548	477	5,33
0,0455	0,615	536	6,40
0,0729	0,672	585	7,34

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 17

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Gomme adragante

Concentration du produit dans l'eau (%): 15

Température (^{0}C): 27,3

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 5,47%(9-14); 32,92%(14-28); 37,65%(28-35); 9,78%(35-48); 12,40%(48-100); 1,73%(100-200)

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 1,15

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 6{,}63 \times 10^{-7}$

Porosité (%): ε = 20,2

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^{2}cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
		essai nº 16	

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^{2}cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}$ (cm/s)
0,00547	0,413	416	2,93
0,0100	0,515	519	4,32
0,0343	0,665	671	6,51
0,0580	0,770	776	7,67
0,0690	0,830	838	9,16

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n? 18

FLUIDE NON NEWTONIEN
Nom: Vistanex NM-L 100
Concentration du produit dans le xylène (%): 4,23
Température (°C): 27
Masse spécifique (g/cm³): 0,87

MILIEU POREUX

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: 8-9
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): L = 20
Aire de la section droite (cm²): A = 18,1
Perméabilité (cm²): k = $4,2 \times 10^{-5}$
Porosité (%): ε = 45

TUBE CAPILLAIRE
Rayon (cm): R = 0,0986
Longueur (cm): L_c = 27,5

Détermination avec les tubes capillaires				Ecoulement en milieu poreux			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s² cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)	$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s² cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,0287	0,028	39,4	10,9	0,152	0,108	50,0	0,127
0,0932	0,068	124	35,4	0,263	0,173	80,0	0,254
0,0937	0,075	136	35,6	0,344	0,209	96,5	0,334
0,105	0,090	162	40,0				
0,206	0,151	275	78,2				
0,403	0,232	420	153				
0,788	0,339	614	299				

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI nº 19

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom:Vistanex NM-L 100

Concentration du produit dans le xylène (%): 4,23

Température (^{0}C):27

Masse spécifique (g/cm^3): 0,87

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 4,9

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 3,11 \times 10^{-6}$

Porosité (%): $\varepsilon = 37$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0986

Longueur (cm): $L_c = 27,5$

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^2 cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (l/s)
		essai nº 18	

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^2 cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}$ (cm/s)
0,0564	0,099	50,0	0,0678
0,0970	0,147	74,3	0,100
0,134	0,190	96,2	0,130
0,155	0,215	108	0,146
0,176	0,240	121	0,168
0,240	0,352	178	0,256

B2 Résultats expérimentaux

ESSAI n° 20

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Tylose C1000

Concentration du produit dans l'eau (%): 1,5

Température (^{0}C): 27

Masse spécifique (g/cm^3): 0,99

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 1,95

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): k = $1{,}17 \times 10^{-6}$

Porosité (%): ε = 36

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0988

Longueur (cm): L_c = 30,5

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^{2}cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,0722	0,022	36,6	23,8
0,278	0,076	124	91,6
0,471	0,125	205	155
1,09	0,255	416	363

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^{2}cm)	$q_z = 2(2k)^{1/2}\Omega$ (cm/s)
0,00112	0,051	40,0	0,079
0,00596	0,130	102	0,226
0,0317	0,333	262	0,640
0,0629	0,483	380	0,966
0,120	0,632	498	1,35

B.2 Résultats expérimentaux

ESSAI n9 21

FLUIDE NON NEWTONIEN

Nom: Natrosol 250H

Concentration du produit dans l'eau (%): 0,2

Température (^{0}C): 27

Masse spécifique (g/cm^3): 1,00

MILIEU POREUX

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 8-9

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm): L = 20

Aire de la section droite (cm^2): A = 18,1

Perméabilité (cm^2): $k = 4,2 \times 10^{-5}$

Porosité (%): $\varepsilon = 45$

TUBE CAPILLAIRE

Rayon (cm): R = 0,0986$^+$ et 0,0249^{++}

Longueur (cm): L_c = 27,5$^+$ et 20,0^{++}

Détermination avec les tubes capillaires			
W (g/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R = \frac{R(-\Delta p)}{2L_c}$ (g/s^2 cm)	$\Omega = \frac{W}{\pi R^3 \rho}$ (1/s)
0,153	0,011	20,3	50,2$^+$
0,665	0,036	65,7	219 $^+$
1,22	0,057	104	401 $^+$
2,82	0,100	180	928 $^+$
5,13	0,153	278	1692 $^+$
0,0687	0,407	255	1418 $^{++}$
0,106	0,562	352	2188 $^{++}$
0,164	0,768	481	3371 $^{++}$

Ecoulement en milieu poreux			
$(q_z)_E$ (cm/s)	$-\Delta p$ (bar)	$S_R^* = \frac{(2k)^{1/2}(-\Delta p)}{L}$ (g/s^2 cm)	$q_z = 2(2k)$ (cm/s)
0,955	0,051	23,8	1,14
1,65	0,092	42,4	2,38
2,54	0,144	66,5	4,31
4,94	0,294	136	11,0
7,28	0,458	212	19,8
9,66	0,668	309	33,8
11,3	0,842	389	45,9

ANNEXE C - Ecoulement à hauts débits à travers des milieux poreux

C.1 - Milieux homogènes

ESSAI nº 1

Fluide: eau (25,4 ^{0}C)

Milieu poreux:

matériel: sable
Tamis, système Tyler: 8-9
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): 20
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $4,48 \times 10^{-5}$
Porosité (%): 45

Valeur de c: $0,66 \pm 0,03$

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
69,00	$45,33.10^3$	2,89	1,04	3,00
78,00	$53,33.10^3$	3,27	0,96	3,14
115,50	$10,53.10^4$	4,84	0,86	4,16
150,50	$17,33.10^4$	6,32	0,83	5,25
173,50	$21,33.10^4$	7,28	0,77	5,61
186,50	$25,06.10^4$	7,83	0,78	6,11
211,00	$31,33.10^4$	8,86	0,77	6,82
223,50	$35,46.10^4$	9,39	0,77	7,23
238,00	$39,46.10^4$	10,00	0,76	7,60

ESSAI nº 2

Fluide: air (26 °C)

Milieu poreux:

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 8-9

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm) 20

Aire de la section droite (cm^2): 18,1

Perméabilité (cm^2): $4,48 \times 10^{-5}$

Porosité (%): 45

Valeur de c: 0,65 ± 0,06

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	-Δp barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
44,33	20,47.10¹	0,11	9,49	1,04
52,33	23,99.10¹	0,13	7,99	1,04
70,00	33,20.10¹	0,17	6,17	1,05
84,00	41,13.10¹	0,21	5,31	1,11
110,00	56,80.10¹	0,27	4,28	1,16
378,73	28,70.10²	0,93	1,81	1,68
566,40	50,30.10²	1,39	1,42	1,97
752,17	74,10.10²	1,85	1,18	2,18
938,33	10,72,10³	2,31	1,10	2,54
1 124,87	13,87.10³	2,77	0,99	2,74
1 309,70	17,64.10³	3,22	0,93	2,99
1 493,78	22,06.10³	3,68	0,90	3,31
1 677,11	25,61.10³	4,13	0,83	3,43
1 857,79	32,27.10³	4,56	0,85	3,88
2 039,41	37,85.10³	5,02	0,83	4,17
2 218,02	43,33.10³	5,46	0,80	4,37
2 395,88	49,75.10³	5,90	0,79	4,66
3 628,21	10,91.10⁴	8;94	0,75	6,70
4 699,98	17,13.10⁴	11,58	0,70	8,17
5 671,08	25,45.10⁴	13,97	0,72	10,1
6 126,04	29,73.10⁴	15,09	0,72	10,9
6 568,25	33,93.10⁴	16,17	0,72	11,6
7 057,62	38,64.10⁴	17,38	0,71	12,3
7 368,58	43,94.10⁴	18,15	0,74	13,4
8 123,53	53.97.10⁴	20,01	0.74	14,8

ESSAI nº 3

Fluide: air (26 °C)

Milieu poreux:

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 9-14

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm) 14,9

Aire de la section droite (cm^2): 18,1

Perméabilité (cm^2): $2,18 \times 10^{-5}$

Porosité (%): 45

Valeur de c: 0,68 ± 0,07

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	$-\Delta p$ baryе	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
24,00	$16,47.10^1$	0,041	24,68	1,01
31,66	$22,16.10^1$	0,054	18,90	1,02
47,66	$27,65.10^1$	0,082	12,77	1,05
64,16	$46,58.10^1$	0,11	9,70	1,07
80,83	$60,80.10^1$	0,14	7,94	1,11
98,33	$75,70.10^1$	0,17	6,68	1,14
115,83	$91,30.10^1$	0,20	5,82	1,16
378,73	$39,50.10^2$	0,65	2,37	1,54
566,40	$66,40.10^2$	0,97	1,78	1,73
752,17	$96,30.10^2$	1,29	1,46	1,88
938,33	$13,55.10^3$	1,61	1,32	2,12
1 124,87	$17,71.10^3$	1,93	1,20	2,32
1 309,70	$22,34.10^3$	2,25	1,17	2,63
1 493,78	$27,55.10^3$	2,57	1,06	2,72
1 677,11	$33,24.10^3$	2,87	1,01	2,90
1 857,79	$39,13.10^3$	3,18	0,97	3,08
2 039,41	$45,77.10^3$	3,43	0,95	3,26
2 218,02	$52,63.10^3$	3,80	0,92	3,50
3 605,27	$12,62.10^4$	6,20	0,83	5,15
4 654,10	$19,68.10^4$	8,00	0,77	6,16
5 594,61	$28,49.10^4$	9,62	0,77	7,41
6 476,50	$37,78.10^4$	11,14	0,77	8,58
7 279,37	$48,20.10^4$	12,52	0,78	9,76
7 646,40	$53,56.10^4$	13,15	0,78	10,3
8 196,94	$54,97.10^4$	14,09	0,70	9,86

ESSAI nº 4

Fluide: air (26 °C)

Milieu poreux:

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 14-28

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm) 2,0

Aire de la section droite (cm^2): 18,1

Perméabilité (cm^2): $1,66 \times 10^{-6}$

Porosité (%): 40

Valeur de c: 1,18 ± 0,12

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
31,66	$37,75.10^1$	0,015	66,18	0,992
39,50	$47,07.10^1$	0,019	53,05	1,01
47,66	$56,88.10^1$	0,023	43,99	1,01
55,83	$67,47.10^1$	0,026	38,05	0,989
64,16	$77,47.10^1$	0,030	33,07	0,992
72,33	$88,75.10^1$	0,034	29,81	1,01
80,83	$99,54.10^1$	0,038	26,77	1,02
98,33	$12,36.10^2$	0,047	22,45	1,05
106,66	$13,53.10^2$	0,051	20,90	1,06
115,83	$14,76.10^2$	0,055	19,32	1,06
376,24	$55,73.10^2$	0,18	6,91	1,24
747,60	$12,39.10^3$	0,35	3,89	1,36
936,36	$16,62.10^3$	0,44	3,32	1,46
1 121,32	$21,21.10^3$	0,53	2,96	1,57
1 304,30	$26,03.10^3$	0,62	2,68	1,66
1 487,62	$31,44.10^3$	0,71	2,43	1,73
1 668,42	$37,03.10^3$	0,79	2,33	1,84
2 515,47	$78,67.10^3$	1,19	2,18	2,59
3 693,20	$13,73.10^4$	1,75	1,76	3,08
4 796,62	$20,66.10^4$	2,28	1,57	3,58
5 818,68	$30,13.10^4$	2,77	1,55	4,29
6 491,80	$37,00.10^4$	3,09	1,54	4,76
7 314,80	$46,68.10^4$	3,48	1,53	5,32
8 023,54	$57,05.10^4$	3,81	1,55	5,90
8 657,60	$64,68.10^4$	4,12	1,51	6,22

ESSAI nº 5

Fluide: air (26 °C)

Milieu poreux:

Matériel: sable

Tamis, système Tyler: 28-35

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm) 1,0

Aire de la section droite (cm^2): 10,1

Perméabilité (cm^2): $1,5 \times 10^{-6}$

Porosité (%): 42

Valeur de c: 1,18 ± 0,12

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
24,00	$15,20.10^1$	0,011	89,65	0,986
31,66	$20,59.10^1$	0,014	69,06	0,966
39,50	$25,69.10^1$	0,018	54,09	0,973
47,66	$31,38.10^1$	0,022	45,41	0,999
55,83	$37,07.10^1$	0,025	40,15	1,00
64,16	$42,66.10^1$	0,029	34,96	1,01
80,83	$55,66.10^1$	0,037	27,58	1,02
98,33	$68,16.10^1$	0,045	23,11	1,04
106,66	$74,53.10^1$	0,048	21,42	1,03
115,83	$80,91.10^1$	0,052	19,75	1,03
376,84	$30,85.10^2$	0,17	7,29	1,24
752,18	$69,98.10^2$	0,34	4,46	1,52
940,22	$91,33.10^2$	0,43	3,46	1,49
1 126,00	$11,69.10^3$	0,51	3,10	1,58
1 312,34	$14,35.10^3$	0,59	2,79	1,65
1 498,31	$17,20.10^3$	0,68	2,57	1,75
1 682,20	$20,32.10^3$	0,76	2,41	1,83
2 538,60	$40,00.10^3$	1,15	2,08	2,39
3 697,03	$70,27.10^3$	1,68	1,72	2,89
4 842,72	$10,76.10^4$	2,20	1,54	3,39
5 925,96	$15,52.10^4$	2,69	1,48	3,98
6 950,57	$20,72.10^4$	3,16	1,44	4,55
7 912,74	$26,59.10^4$	3,59	1,42	5,10
8.829,04	$32,54.10^4$	4,01	1,40	5,61
9 337,23	$36,67.10^4$	4,24	1,41	5,98

ESSAI nº 6

Fluide: air (26 °C)

Milieu poreux:

Matériel: sable

Tamis, système Tyler:9-14(5,5%);14-28(32,8%);28-35(37,7%);35-48(9,8%);
48-100(12,5%) et 100-200(1,7

Concentration d'araldite (%): 5

Longueur du milieu (cm) 1,0

Aire de la section droite (cm^2): 18,1

Perméabilité (cm^2): $7,14 \times 10^{-7}$

Porosité (%): 38

Valeur de c: 1,70 ± 0,20

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
39,50	$54,91.10^1$	0,012	81,27	0,975
47,66	$66,19.10^1$	0,015	67,34	1,01
55,83	$78,65.10^1$	0,017	58,28	0,990
64,16	$90,71.10^1$	0,020	50,69	1,01
80,83	$11,57.10^2$	0,025	40,71	1,02
89,33	$13,09.10^2$	0,028	37,71	1,05
98,33	$14,31.10^2$	0,030	34,14	1,02
106,66	$15,78.10^2$	0.033	31,90	1,13
115,83	$17,16.10^2$	0,036	29,45	1,06
124,66	$19,02.10^2$	0,039	28,17	1,10
376,46	$63,37.10^2$	0,12	10,27	1,23
749,91	$14,47.10^3$	0,23	5,91	1,36
935,50	$19,28.10^3$	0,29	5,06	1,47
1 119,20	$24,61.10^3$	0,35	4,51	1,58
1 301,77	$29,79.10^3$	0,40	4,04	1,62
1 483,21	$35,93.10^3$	0,46	3,75	1,72
1 663,51	$42,31.10^3$	0,52	3,51	1,82
2 449,39	$82,66.10^3$	0,76	3,16	2,40
3 570,86	$14,57.10^4$	1,11	2,62	2,91
4 608,23	$22,26.10^4$	1,43	2,40	3,43
5 524,52	$31,51.10^4$	1,71	2,37	4,05
6 361,80	$41,80.10^4$	1,97	2,37	4,67
7 136,64	$52,61.10^4$	2,21	2,37	5,24
7 687,18	$68,00.10^4$	2,38	2,64	6,28
8 464,56	$81,15.10^4$	2.63	2,60	6,84

ESSAI nº 7

Fluide: air (26°C)

Milieu poreux:

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: 100-200
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): 1,9
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $6,30 \times 10^{-8}$
Porosité (%): 44
Valeur de c: 3,04 ± 0,46

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
679,68	$23,20.10^4$	0,062	17,27	1,07
962,80	$32,53.10^4$	0,089	12,04	1,07
1 238,52	$44,53.10^4$	0,11	9,96	1,09
1 472,64	$57,86.10^4$	0,14	9,15	1,28
1 699,20	$67,73.10^4$	0,16	8,85	1,42
1 797,15	$80,93.10^4$	0,17	8.60	1,46
2 054,14	$94,67.10^4$	0,19	7,70	1,46
2 242,94	$10,52.10^5$	0,21	7,17	1,50
2 410,24	$12,74.10^5$	0,24	7,53	1,81
2 370,38	$13,01.10^5$	0,22	7,75	1,70
2 803,68	$17,09.10^5$	0,26	7,46	1,94
3 186,00	$21,29.10^5$	0,29	7,20	2,09

ESSAI nº 8

Fluide: air (26 °C)

Milieu poreux:

Matériel: billes de verre

Tamis, système Tyler: 8-9

Concentration d'araldite (%): 0

Longueur du milieu (cm) 14,9

Aire de la section droite (cm^2): 18,1

Perméabilité (cm^2): $3,72 \times 10^{-5}$

Porosité (%): 36

Valeur de c: 0,65 ± 0,06

Q, cm^3/s (25°C, 1 bar)	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
39,50	$15,49.10^1$	0,089	11,10	0,987
47,66	$18,83.10^1$	0,11	9,28	1,02
55,83	$22,55.10^1$	0,12	8,06	0,967
64,16	$25,98.10^1$	0,14	7,03	0,984
80,83	$34,03.10^1$	0,18	5,80	1,04
89,38	$38,73.10^1$	0,20	5,41	1,08
98,33	$42,66.10^1$	0,22	4,93	1,08
106,66	$47,56.10^1$	0,24	4,67	1,12
115,83	$51,97.10^1$	0,26	4,32	1,12
1 264,20	$15,60.10^3$	2,84	1,10	3,12
2 485,08	$52,27.10^3$	5,88	0,94	5,53
3 647,33	$98,27.10^3$	8,20	0,82	6,72
4 786,64	$14,87.10^4$	10,76	0,72	7,75
5 792,14	$20,96.10^4$	13,02	0,69	8,98
6 767,06	$27,17.10^4$	15,21	0,66	10,0
7 689,72	$33,60.10^4$	17,29	0,63	10,9
8 181,64	$36,26.10^4$	18,40	0,60	11,0

ESSAI nº 9

Fluide: eau (24,0°C)

Milieu poreux:

Matériel: billes de verre
Tamis, système Tyler: 8-9
Concentration d'araldite (%): 0
Longueur du milieu (cm): 14,9
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $3,72 \times 10^{-5}$
Porosité (%) 36

Valeur de c: 0,76 ± 0,08

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
89,50	$61,33.10^3$	3,29	0,99	3,23
121,50	$12,13.10^4$	4,47	1,06	4,74
158,50	$18,53.10^4$	5,83	0,96	5,60
193,50	$26,40.10^4$	7,12	0,91	6,48
237,50	$36,26.10^4$	8,74	0,83	7,25

ESSAI nº 10

Fluide: eau (24,2°C)

Milieu poreux:

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: 9-14
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): 30,1
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $3,40 \times 10^{-5}$
Porosité (%) 45

Valeur de c: 0,63 ± 0,03

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
54,00	$53,33.10^3$	1,92	1,16	2,23
68,00	$78,66.10^3$	2,42	1,07	2,59
83,50	$11,06.10^4$	2,97	1,00	2,97
106,50	$16,00.10^4$	3,80	0,89	3,38
122,50	$20,80.10^4$	4,37	0,87	3,80
153,50	$30,53.10^4$	5,48	0,81	4,44
166,00	$34,26.10^4$	5,93	0,78	4,62
204,50	$50,00.10^4$	7,30	0,75	5,47
230,50	$61,33.10^4$	8,23	0,73	6,01

ESSAI nº 11

Fluide: eau (24,6°C)

Milieu poreux:

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: 14-28
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): 16,7
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $2,37 \times 10^{-6}$
Porosité (%) 40

Valeur de c: 1,30 ± 0,14

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
22,66	$10,80.10^4$	0,21	6,33	1,33
33,50	$17,66.10^4$	0,32	4,57	1,46
48,50	$28,13.10^4$	0,46	3,58	1,65
56,00	$32,80.10^4$	0,53	3,13	1,66
63,00	$40,13,10^4$	0,60	3,03	1,82
71,00	$46,66.10^4$	0,67	2,78	1,86
88,50	$60,53.10^4$	0,84	2,31	1,94
95,00	$69,33.10^4$	0,90	2,30	2,07

ESSAI nº 12

Fluide: eau (27,7°C)

Milieu poreux:

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: 28-35
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): 10,2
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $3,52 \times 10^{-6}$
Porosité (%) 40

Valeur de c: 1,20 ± 0,09

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
25,50	$56,00.10^3$	0,31	5,16	1,60
61,10	$18,73.10^4$	0,75	3,02	2,26
95,50	$32,60.10^4$	1,17	2,14	2,50
120,50	$46,76.10^4$	1,47	1,93	2,84
146,50	$62,33.10^4$	1,79	1,74	3,11
168,50	$77,13.10^4$	2,07	1,63	3,37
195,50	$96,13.10^4$	2,40	1,51	3,62

ESSAI nº 13

Fluide: eau (25,6°C)

Milieu poreux:

Matériel: sable
Tamis, système Tyler: voir essai nº 6
Concentration d'araldite (%): 5
Longueur du milieu (cm): 14,8
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $2,09 \times 10^{-6}$
Porosité (%) 38

Valeur de c: 1,05 ± 0,10

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
24,50	$10,33.10^4$	0,22	5,56	1,22
48,00	$24,57.10^4$	0,44	3,43	1,51
73,50	$44,27.10^4$	0,67	2,63	1,76
79,50	$49,27.10^4$	0,72	2,50	1,80
121,00	$90,27.10^4$	1,10	1,97	2,17
137,50	$96,80.10^4$	1,25	1,64	2,05
180,00	$15,94.10^5$	1,64	1,58	2,59

ESSAI nº 14

Fluide: eau (26.3°C)

Milieu poreux:

Matériel:sable
Tamis, système Tyler: voir essai nº 6
Concentration d'araldite (%): 10
Longueur du milieu (cm): 5,0
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $4,78 \times 10^{-7}$
Porosité (%) 21

Valeur de c: 5,14 ± 0,58

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
35,50	$33,53.10^4$	0,15	12,05	1,81
48,50	$54,53.10^4$	0,21	10,48	2,20
59,00	$66,80.10^4$	0,27	8,67	2,34
70,00	$91,46.10^4$	0,30	8,43	2,53
81,00	$11,80.10^5$	0,35	8,11	2,84
94,00	$13,57.10^5$	0,41	6,92	2,84

ESSAI nº 15

Fluide: eau (22,4°C)

Milieu poreux:

Matériel: billes de verre
Tamis, système Tyler: 9-14
Concentration d'araldite (%): 0
Longueur du milieu (cm): 19,9
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $3,08 \times 10^{-5}$
Porosité (%) 38

Valeur de c: 0,64 ± 0,07

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
40,00	$20,66.10^3$	1,28	1,17	1,50
58,00	$38,66.10^3$	1,86	1,04	1,93
85,00	$87,33.10^3$	2,72	1,09	2,96
120,00	$15,26.10^4$	3,84	0,97	3,72
152,00	$18,80.10^4$	4,87	0,74	3,60
187,50	$32,20.10^4$	6,01	0,83	4,99
225,50	$46,66.10^4$	7,23	0,83	6,00

ESSAI nº 16

Fluide:air (26°C)

Milieu poreux:

Matériel: alumine
Tamis, système Tyler: 48-200
Concentration d'araldite (%): 0
Longueur du milieu (cm): 2,0
Aire de la section droite (cm^2): 18,1
Perméabilité (cm^2): $1,27 \times 10^{-7}$
Porosité (%) 75

Valeur de c: 0,78 ± 0,05

Q cm^3/s	$-\Delta p$ barye	Re_k	f_k	$f_k Re_k$
2 951,5	$6,12.10^5$	0,38	3,39	1,29
3 680,4	$7,98.10^5$	0,48	2,85	1,37
4 301,1	$9,99.10^5$	0,56	2,61	1,46
4 901,3	$11,74.10^5$	0,64	2,36	1,51
5 530,9	$13,74.10^5$	0,73	2,09	1,52

C.2 - Calcul des coefficients de l'équation (8.4)

Programme en Fortran IV pour ordinateur IBM-1130

```
// JOB    00FF 10FF                                P 63                187
// FOR
*IOCS(1403PRINTER,2501READER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION X(3,3),Z(3),F(99),P(99)
      IC=1
      READ (8,11)N,M,NU
      NU=NU*10
   11 FORMAT(3I2)
      READ(8,10)A,B,C
      READ(3,10)(F(I),P(I),I=1,M)
      DO 15 I=1,M
   15 P(I)=P(I)*10.**(-7)
   82 FORMAT(6(2X,E14.7))
   10 FORMAT(8F10.0)
      WRITE(5,82)(F(I),P(I),I=1,M)
    1 IF(IC-(IC/10)*10)71,72,71
   72 WRITE(5,23)A,B,C
   23 FORMAT(20X,'PARA VALORES DE A B C',/,20X,3(2X,E14.7))
   71 DO 20 I=1,N
      Z(I)=0.
      DO 20 J=1,N
   20 X(I,J)=0.
      X(1,1)=M
      DO 25 I=1,M
      Q=P(I)**C
      R=F(I)-(A+B*Q)
      S=Q**2
      T=ALOG(P(I))
      U=T**2
      X(1,2)=X(1,2)+Q
      X(1,3)=X(1,3)+Q*T
      X(2,2)=X(2,2)+S
      X(2,3)=X(2,3)+S*T
      X(3,3)=X(3,3)+S*U
      Z(1)=Z(1)+R
      Z(2)=Z(2)+Q*R
   25 Z(3)=Z(3)+Q*R*T
      X(3,2)=X(2,3)
      X(3,1)=X(1,3)
      X(2,1)=X(1,2)
```

```
      IF(IC-(IC/10)*10)61,62,61
   62 DO 40 I=1,N
   40 WRITE(5,30)(X(I,J),J=1,N),Z(I)
   30 FORMAT(20X,3(2X,E14.7),2X,E14.7)
   61 CALL SIMQ(X,Z,N,K)
      IF(IC-(IC/10)*10)81,83,81
   83 WRITE(5,33)(Z(I),I=1,N)
   33 FORMAT(/,20X,'A SOLUCAO ALFA BETA GAMA E ',/,20X,3(2X,E14.7),5X,
     1I2)
   81 IF(K)9,5,9
    9 WRITE(5,22)
   22 FORMAT(/,10X,'SOLUCAO ERRADA DETERMINANTE PEQUENO')
      DES=3.
      GO TO 4
    5 DES=0.
      DO 60 I=1,M
      Q=P(I)**C
      D=F(I)-(A+B*Q)
   60 DES =DES+D**2


      DES=(DES/(M-1))**0.5
      IF(IC-(IC/10)*10)4,92,4
   92 WRITE(5,70)DES
   70 FORMAT(/,20X,'O DESVIO MEDIO E',5X,E14.7)
    4 IC=IC+1
      IF(NU-IC)90,90,7
    7 IF(ABS(DES)-0.001)90,90,8
    8 A=A+Z(1)
      B=B+Z(2)
      C=C+Z(3)
      GO TO 1
   90 CALL EXIT
      END
```

NOMENCLATURE:

A,B,C - coefficients de l'équation $\phi = A + Bk^C$

DES - écart type

F - facteur ϕ

M - nombre de points expérimentaux

N - nombre de coefficients; dans ce cas 3

NU - nombre maximal d'itérations

P - perméabilité en cm^2

SIMQ - sous-programme pour la solution d'un système d'équations

Z(I) - corrections par rapport aux coefficients A, B, et C

C.3 - Ecoulement dans un milieu poreux hétérogène

Milieu poreux

Matériel: sable ϕ 0,07 à 0,15mm et ϕ 0,29 à 0,59mm
Concentration d'araldite: 5%
Longueur du milieu: 19,3cm
Aire de la section droite: 18,1cm^2
Perméabilité:

$$k(z) = \frac{10^{-7}}{8{,}25 \times 10^{-2} + 2{,}88 \times 10^{-3}(1 + 0{,}193z)e^{0{,}193z}} \text{ cm}^2$$

Porosité: 36%

Fluide: air à 23^{0}C ($\mu = 1{,}85 \times 10^{-2}$cp)

Résultats expérimentaux et théoriques:

Débit: $Q = 390\text{cm}^3/\text{s}$ (mesuré à 23^{0}C et 1 bar, pression absolue)
$\overline{\rho} = 1{,}71 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3$

Distance z, cm	Pression par rapport à la pression atmosphérique p, bar		
	pression expérimentale	pression théorique, Eq.(8.5) (1)	pression théorique, Eq. (5.1)
0	0,605	0,605	0,605
4,8	0,584	0,600	0,593
9,9	0,564	0,546	0,576
15,0	-	0,461	0,547
19,3	0,342	0,350	0,500

(1) Intégration numérique par la méthode de Simpson, avec la fonction ϕ présentée au paragraphe (8.3)

ANNEXE D - Publications de l'auteur

(1) *"Dynamics of packed absorption towers"*, M.Sc. Thesis, University of Houston, 1963.

(2) *"Filtração a pressão constante"*, 1º Simpósio Brasileiro de Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos, São José dos Campos, Brasil, 1966.
En collaboration avec N. M. Martins

(3) *"Introdução ao Cálculo Numérico"*, Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro; première édition - 1967; deuxième édition - 1970.

(4) *"Critique de la validité de la loi de Darcy en milieu hétérogène"*, C.R. Acad. Sc. Paris, série A, t. 265, p. 587, 6 Novembre 1967.

(5) *"Quelques expériences de réalisation de milieux poreux consolidés, hétérogènes et anisotropes"*, Congrès d'Hydrogéologie de Bordeaux, Mars 1969.
En collaboration avec C. Thirriot.

(6) *"Critique de la validité de l'équation de Darcy pour un écoulement non-isotherme"*, C. R. Acad. Sc. Paris, série A, t. 269, p. 812, 29 Octobre 1969.

(7) *"Ecoulement des fluides non-newtoniens dans un milieu poreux"*, C.R. Acad. Sc. Paris, série A, t. 270, p. 358, 2 Février 1970.
En collaboration avec A. S. Telles.

(8) *"Escoamento de flúidos não newtonianos em meios porosos"*, VII Jornadas de Ingeniería Química y Química Aplicada, Salta, Argentina, Março 1970 (Revista Interamericana de Ingeniería Química - à paraître).
En collaboration avec C. Thirriot.

(9) *"Ecoulements non-newtoniens en milieu poreux"*, Communication présentée à la Société Hydrotechnique de France 18 Novembre 1969.
En collaboration avec C. Thirriot et S. Bories.

(10) *"Ecoulements de fluides dans un milieu poreux anisotrope"* - C.R.A.S. - à paraître.
En collaboration avec A. S. Telles.

(11) *"Escoamento a altas vazões em meios porosos"*, 2º Simpósio Brasileiro de Transferência de Calor e Mecânica dos Flüidos, Belo Horizonte, Juin, 1971.
En collaboration avec N.H. Almeida et C. Thirriot.

(12) *"Determinação do coeficiente de dispersão de massa em meios porosos"*, 2º Simpósio Brasileiro de Transferência de Calor e Mecânica dos Flüidos, Belo Horizonte, Juin, 1971.
En collaboration avec B. Valdman.

ANNEXE E - Bibliographie

ALMEIDA, N.H.

"Escoamento não linear em meio poroso". Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Juin 1970.

ARAVIN,V.I. et NUMEROV,S.N.

"Theory of fluid flow in undeformable porous media". Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem 1965.

ARONOFSKY,J.S., STEIN,N. et WALLICK,G.C.

"A new method of evaluating porosity and slipcorrected permeability. Soil Sci. 19, vol. 79, p.49, 1948.

BEAVERS,G,S. et SPARROW,E.M.

"Non-Darcy flow through fibrous porous media". Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, p.711, Décembre 1969.

BERKER,R.

"Intégration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible". Handbuch der Physik (S. Flügge - Ed.), vol. VIII/2, Spring-Verlag, Berlin, p.1, 1963.

BIRD,R.B., STEWART, W.E. et LIGHFOOT,E.N.

"Transport phenomena". John Wiley and Sons, Inc., New York, 1960.

BLAND,D.R.

"Mathematical theory of flow of a gas in a porous solid and of associated temperature distributions".
Proceedings of the Royal Society, London, A221, p.1, 1954.

CHAUVETEAU,G.

"Essai sur la loi de Darcy et les écoulements laminaires à perte de charge non linéaire".
Thèse Fac. Sc. Toulouse, 1965.

CHAUVETEAU,G. et THIRRIOT,C.

"Régimes d'écoulement en milieu poreux et limite de la loi de Darcy".
La Houille Blanche, nº 2, p.141, 1967.

CHRISTOPHER,R.H. et MIDDLEMAN,S.

"Power-law flow through a packed tube".
IEC Fundamentals, vol. 4, nº 4, p.422,1965.

COLEMAN,B.D., MARKOVITZ,H. et NOLL,W.

"Viscometric flow of non newtonian fluids".
Springer-Verlag, Berlin, 1966.

CORNELL,D. et KATZ,D.L.

"Flow of gases through consolidated porous media".
IEC, vol. 45, nº 10,p.2145, 1953.

COULSON,J.M. et RICHARDSON,J.F.

"Chemical Engineering".
Pergamon Press, Oxford, 2 vol. 2è. édition, 1968.

DAUBEN,D.L. et MENZIE,D.E.:

"Flow of polymer solutions through porous media". Petroleum Transactions of the Society of Petroleum Engineers, August, p.1065, 1967.

DAY,W.A. et GURTIN,M.E.

"On the symmetry of the conductivity tensor and other restrictions in non linear theory of heat conduction."
Archive of Rational Mechanics and Analysis, vol. 33, nº 1, p.26, 1969.

ENGLAND,R. et GUNN,D.J.

"Dispersion, pressure drop, and chemical reaction in packed beds of cylindrical particles".
Trans. Instn. Engrs., vol. 48, p.265,1970.

ERGUN,S. et ORNING,A.A.

"Fluid flow through randomly packed columns and fluidized beds".
IEC, vol. 41, nº 6, p. 1179, 1949.

FERREIRA,L.A.

"Estudos em meio poroso heterogêneo sujeito a bombeamento periódico".
Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Septembre, 1969.

FOSTER,W.R., MEMILLEN,J.M. et ODEH,A.S.

"The equation of fluids in porous media: propagation velocity of pressure pulses".
Society of Petroleum Engineers Journal, p.333, Décembre 1967.

GAITONDE,N.Y. et MIDDLEMAN,S.

"Flow of viscoelastic fluids through porous media".
IEC Fundamentals, vol. 6,nº 1, p.145, 1967.

GREEN,L. et DUWEZ,P.

"Fluid flow through porous metals".
Journal of Applied Mechanics, p.39, Mars 1951.

GREEN,L.

"Heat and momentum transfer in flow through porous media".
ASME-AICHE Heat Transfer Conference, 57-HT-19, 1957.

GREGORY,D.R.

"Non newtonian polymeric flow through porous media".
Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute, 1966.

GREGORY,D.R. et GRISKEY,R.G.

"Flow of molten polymers through porous media".
AICHE Journal, vol. 13, nº 1, p.122, 1967.

GOLDSTEIN,S. (ed.)

"Modern developments in fluid dynamics".
Dover Publications,Inc., New York, 2 volumes, 1965.

HABIB,J. et THIRRIOT,C.

"Écarts à la loi de Darcy pour les écoulements d'eau à faible vitesse dans les argiles".
Treizième Congrès de l'Association Internationale de Recherches Hydrauliques, Kyoto, Japan, Septembre 1969.

HAVENAAR,I. et MEIJS,F.H.

"Sand consolidation with epoxy-resin solutions".
Journal of the Institution of Petroleum, vol.49 nº 480, p.392, Décembre 1963.

HIRSCH,E.H.

"Flow of gases through porous media in the region between molecular and viscous conditions".
Journal of Applied Physics, vol.32, nº 6, p.977, 1961.

HUBBERT,M.K.

"Darcy's law and the field equations of flow of underground fluids".
Trans. Amer. Inst. Mech. Engrs. (Petroleum Transactions), vol. 207, p.222, 1956.

KATZ,D. (Ed.)

"Handbook of natural gas engineering".
McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1959.

KUNII,O. et SMITH,J.M.

"Heat transfer characteristics of porous rocks: thermal conductivities of unconsolidated particles with flowing fluids".
AICHE Journal, vol. 7, nº 1, p.29, 1961.

LEW,H.S. et FUNG,T.C.

"Formulation of a statistical equation of motion of a viscous fluid in an anirotropic non-rigid porous solid".
Int. J. Solids Structure, vol. 6, p. 1323, 1970.

LINDQUIST,E.G.W.

"Turbulent flow in porous media".
Journal of the Hydraulics Division,HY-3, p.325 Mai, 1965.

LYMAN,T. (Ed.)

"Metals Handbook".
American Society for Metals, Ohio, 8th edition vol. 1., 1961.

MARLE,C.

"Ecoulements monophasiques en milieu poreux". Rev.Inst.Franç.du Pétrole, vol. XXII, nº 10, p. 1471, 1967.

MARSHALL,R.J. et METZNER,A.B.

"Flow of viscoelastic fluids through porous media". IEC Fundamentals, vol. 6, nº 3, p.393, 1967.

MCKINLEY,R.M., JAHNS,H.O., HARRIS,W.W. et GREENKORN,R.A.

"Non-newtonian flow in porous media". AICHE Journal, vol. 12, nº 1, p.17, 1966.

MITCHELL,J.K. et YOUNGER,J.S.

"Abnormalities in hydraulic flow through fine-grained soils". Sixty-ninth annual meeting of the American Society for Testing and Materials, Atlantic City, USA, Juin 1966.

MUSCAT,M.

"Physical principles of oil production". McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1949.

NOLL,W.

"Representations of certain isotropic tensor function". Dept. 67-24. Carnegie-Mellon University, Dept. of Mathematics, 1967.

PERRY,J.H. (ed.)

"Chemical Engineers' Handbook". McGraw-Hill Book Company, New York, Quatrième édition, 1963.

POLUBARINOVA-KOCHINA,P.Ya.

"Theory of ground water movement". Princeton University Press, Princeton, 1962.

PRESENT,R.D.

"Kinetic theory of gases".
McGraw-Hill Book Company Inc., New York, 1958.

RUMER,R.R. et DRINKER,P.A.

"Resistance to laminar flow through porous media".
Journal of Hydraulics Division, HY5, p.4914,1966.

SADOWSKI,T.J.:

"Non-newtonian flow through porous media".
Ph.D. Thesis, University of Wiscosin, 1963

SCARBOROUGH,J.B.

"Numerical mathematical analysis".
The John Hopkins Press, Baltimore, Sixième édition, 1966.

SCHEIDEGGER,A.E.

"The physics offlow through porous media".
University of Toronto Press, 1960.

SCHLICHTING,H.

"Boundary layer theory".
McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, Fourth Edition, 1960.

SHAPIRO,A.

"The fluid dynamics of drag".
National Committee for Fluid Mechanics Films.
(Distr. by Encyclopoedia Britannica Educat. Corp.)
1968.

SISKOVIC,N., GRISKEY,R. et GREGORY,D.R.

"Viscoelastic behavior of molten polymers in porous media".
AICHE sixty-second annual meeting, Washington D.C., Novembre 1969.

SLATTERY,J.C.

"Flow of viscoelastic fluids through porous media".
AICHE Journal, vol. 13, nº 6, p. 1066, 1967.

SLATTERY,J.C.

"Single-phase flow through porous media".
AICHE Journal, vol. 15, nº 6, p.866, 1969.

SUSSKIND,H. et BECKER,W.

"Pressure drop in geometrically ordered packed beds of spheres."
AICHE Journal, vol. 13, nº 6, p. 1155, 1967.

SZEKELY,J. et CARR,R.G.

"On nonisothermal flow of gases through packed beds".
Transactions of the Metallurgical Society of AIME, vol. 242, p.918, 1968.

THIRRIOT,C.

"Régimes d'écoulements et lois de perte de charge en milieu poreux".
Rapport général au XIIIè Congrès de l'A.I.R.H., Kyoto, Japan, Septembre 1969.

TRUCKENBRODT,E.

"Strömungsmechanik".
Springer-Verlag, Berlin, 1968.

TURIAN,R.M.

"An experimental investigation of the flow of aqueous non-newtonian high polymer solutions past a sphere".
AICHE Journal, vol. 13, nº 5, p.999, 1967.

VAN WAZER,J.R., LYONS,J.W.,KIM,K.Y. et COLWELL,R.E.

"Viscosity and flow measurement - A laboratory hand-book of rheology".
Interscience Publishers, New York, 1966.

VALENTIN,F.

"Nicht-lineares Widerstandsverhalten poröser Medien". Institut für Hydraulik und Gewässerkunde, Technische Universität München, nº 6, 1970.

WARD,J.C.

"Turbulent flow in porous media". Journal of the Hydraulics Division, H4-5, p.1,1964.

WHITAKER,S.

"The equations of motion in porous media". Chem. Eng. Science, vol. 21, p. 291., 1966.

WRIGHT, D.E.

"Non linear flow through granular media". Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol.94, nº H44, p. 851, Juillet 1968.

WYLLIE,M.R.J. et GREGORY,A.R.

"Fluid flow through unconsolidated porous aggregates". Ind. Eng. Chem, vol. 47, nº 7, p. 1379, 1955.

SOMMAIRE

	Page
NOTATION	1
INTRODUCTION	2
Ière Partie - ETUDE THEORIQUE	6
CHAPITRE I - Equations fondamentales de l'écoulement d'un fluide monophasique à travers un milieu poreux	7
1.1 - Equations fondamentales: échelle microscopique	7
1.2 - Equations de continuité et de mouvement exprimées à partir des grandeurs macroscopiques locales	9
1.3 - Equation généralisée de Darcy	18
1.3.1 - L'équation classique de Darcy	21
1.3.2 - Effets moléculaires	25
1.3.3 - Ecoulement non newtonien	27
1.3.4 - Ecoulement non isotherme dans un milieu poreux	28
1.3.5 - Ecoulement à travers un milieu anisotrope	29
1.3.6 - Ecoulement à travers un milieu hétérogène	34
1.3.7 - Ecoulement à travers les argiles	36
1.3.8 - Ecoulement à hauts débits	39
1.3.9 - Resumé: équations constitutives pour la force résistive $\underline{m}$	42

Page

1.4 - Champs de pression et de vitesse dans l'écoulement à travers des milieux poreux 43

CHAPITRE II - Analogie entre l'écoulement en tuyaux et en milieux poreux 45

2.1 - Etablissement de l'analogie 45
2.2 - Théorie de Blake-Kozeny 46
2.3 - Ecoulement en milieu hétérogène 51
2.4 - Ecoulement non isotherme 52
2.5 - Ecoulement non newtonien 53
2.6 - Ecoulement à hauts débits 57

CHAPITRE III - Analogie entre les écoulements au voisinage des corps immergés et dans un milieu poreux 59

3.1 - Introduction 59
3.2 - Ecoulement au voisinage d'une sphère 61
3.3 - Ecoulement en milieu poreux 68
3.4 - Régimes d'écoulement en milieu poreux 75
3.5 - Extension des résultats pour l'écoulement en milieu hétérogène, écoulement non isotherme, écoulement d'un fluide non newtonien, ou écoulement en milieu anisotrope 76

IIème Partie - MILIEUX CONSOLIDES ARTIFICIELLEMENT 79

CHAPITRE IV - Préparation des milieux poreux consolidés artificiellement 80

4.1 - Introduction 80
4.2 - Mesure des propriétés géométriques des milieux poreux consolidés artificiellement 82

Page

4.3 - Milieu homogène 88
4.4 - Milieu stratifié 100
4.5 - Milieu hétérogène 10?
4.6 - Milieu anisotrope 103

IIIème Partie - ETUDE EXPERIMENTALE 106

CHAPITRE V - Ecoulement à travers un milieu hétérogène 107

5.1 - But de l'expérience 107
5.2 - Installation expérimentale 108
5.3 - Résultats expérimentaux 108
5.4 - Conclusions 110

CHAPITRE VI - Ecoulement non isotherme en milieu poreux 116

6.1 - But de l'expérience 116
6.2 - Installation expérimentale 117
6.3 - Résultats expérimentaux 120
6.4 - Conclusions 121

CHAPITRE VII - Ecoulement d'un fluide non newtonien à travers un milieu poreux 129

7.1 - But de l'étude expérimentale 129
7.2 - Installation expérimentale 130
7.3 - Fluides non newtoniens 135
7.4 - Résultats expérimentaux 137
7.5 - Conclusions 139

CHAPITRE VIII - Ecoulements à hauts débits à travers les milieux poreux 149

8.1 - But de l'étude expérimentale 149

Page

8.2 - Installation expérimentale 151
8.3 - Résultats expérimentaux 151
8.4 - Conclusions 161
8.5 - Une expérience avec un milieu hétérogène 164
8.6 - Une expérience avec un fluide non newtonien 166

CONCLUSIONS 169

ANNEXE A - Ecoulement non isotherme en milieu poreux 174

A.1 - Propriétés physiques de l'huile 174
A.2 - Influence de la température sur la perméabilité géométrique des milieux poreux consolidés artificiellement 175

ANNEXE B - Ecoulement d'un fluide non newtonien à travers un milieu poreux 177

B.1 - Calibrage des capillaires 177
B.2 - Résultats expérimentaux 178

ANNEXE C - Ecoulements à hauts débits à travers des milieux poreux 199

C.1 - Milieux homogènes 199
C.2 - Calcul des coefficients de l'équation (8.4) 215
C.3 - Ecoulement dans un milieu poreux hétérogène 217

ANNEXE D - Publications de l'auteur 218

ANNEXE E - Bibliographie 220